**Universidade Federal do Rio de Janeiro**
**Instituto de Física**
**Física IV-A – 2023/2 – P1- 25/09/2023**
**VERSÃO:** $\boxed{\text{A}}$

---

## Formulário

## CONSTANTES NUMÉRICAS

$\mu_0 = 1 \times 10^{-6}$ H/m; $\varepsilon_0 = (1/9) \times 10^{-10}$ F/m; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6 \times 10^{-34}$ J $\cdot$ s; $h = 3 \times 10^{-15}$ eV$\cdot$ s; $\hbar = h/(2\pi)$; $hc = 900$ eV$\cdot$ nm; $e = 2 \times 10^{-19}$ C; 1 eV $= 2 \times 10^{-19}$ J; 1 J $= 5 \times 10^{18}$ eV; $m_p c^2 = 1000$ MeV; $m_e c^2 = 0{,}5$ MeV; 1$\mu$m $= 10^{-6}$ m; 1 nm $= 10^{-9}$ m; 1 Å $= 10^{-10}$ m; 1 pm $= 10^{-12}$ m; 1 GeV $= 10^3$ MeV $= 10^9$ eV; $\lambda_c = 1{,}8$ pm; $E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = -25$ eV; $a_0 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi)\times 10^{-11}$ m; sen$(30^\circ) = 1/2$; sen$(45^\circ) = \sqrt{2}/2$; sen$(60^\circ) = \sqrt{3}/2$

## FORMULÁRIO GERAL

$\text{div}\,\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; $\text{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$; $\text{div}\,\mathbf{B} = 0$; $\text{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0\left(\mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)$; $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0$; $\mathbf{p} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$; $u = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0)$; $\mathcal{P} = S/c$; $F = \mathcal{P}A$; $I = I_0\left[\frac{\text{sen }(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2\left[\frac{\text{sen }(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)}\right]^2$; $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a\,\text{sen}(\theta)$; $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d\,\text{sen}(\theta)$; $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a)$; $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d)$; $\text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d)$; $R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$; $\theta_R = \frac{1{,}22\lambda}{D}$; $\langle \text{sen}^2\theta \rangle = 1/2$; $\langle \cos^2\theta \rangle = 1/2$; .

---

**Seção 1. Questões objetivas (8×0,6 = 4,8 pontos)**

1. Você está trabalhando em um laboratório de ótica com um equipamento capaz de simular eletronicamente o funcionamento de uma rede de difração, de forma que pode variar livremente seus parâmetros. Usando um feixe laser de comprimento de onda $\lambda$, você quer ser capaz de ter uma separação angular entre as diversas ordens de difração que seja suficiente para vê-las sem nenhuma sobreposição entre si. Em um plano distante, para *dobrar* a distância entre a ordem 0 e a ordem 1, você deve:

   (a) Dobrar o espaçamento entre as fendas.

   (b) Diminuir o espaçamento entre as fendas pela metade.

   (c) quadruplicar o espaçamento entre as fendas.

   (d) Nenhuma das alternativas anteriores.



2. Qual é a menor espessura $t$ de um filme anti-refletor, feito com material de índice de refração $n_f = 1,40$ sobre o vidro ($n_v = 1,52$), para o qual há interferência destrutiva para a componente da luz branca cujo comprimento de onda no ar é $\lambda_0 = 560\,$nm, em incidência normal?

   (a) $0,085\,\mu$m $\leq$ t $< 0,095\,\mu$m

   (b) $0,095\,\mu$m $\leq$ t $< 0,105\,\mu$m

   (c) $0,105\,\mu$m $\leq$ t $< 0,115\,\mu$m

   (d) $0,115\,\mu$m $\leq$ t $< 0,125\,\mu$m

3. Duas fendas finas, separadas por uma distância $d$ são iluminadas por um feixe de laser de comprimento de onda $\lambda$. Considerando $d = 8\lambda$, para um anteparo localizado a uma distância muito grande das fendas, qual é o número $N$ de franjas claras observadas?

   (a) $1 \leq N < 10$

   (b) $10 \leq N < 20$

   (c) $20 \leq N < 30$

   (d) $N > 30$

4. Um feixe paralelo de luz não polarizada, propagando-se no ar, incide formando um ângulo de $60^o$ em relação à normal numa superfície plana de um material transparente. Se o feixe refletido é linearmente polarizado, qual é o índice de refração ($n$) desse material?

   (a) $1,0 \leq n < 1,2$

   (b) $1,2 \leq n < 1,4$

   (c) $1,4 \leq n < 1,6$

   (d) $1,6 \leq n < 1,8$

5. Qual das expressões abaixo pode corresponder ao campo magnético de uma onda eletromagnética plana, polarizada na direção $\hat{y}$ e que se propaga na direção $-\hat{x}$?

   (a) $-B_0\hat{z}\cos(kx+\omega t)$

   (b) $B_0\hat{z}\cos(kx-\omega t)$

   (c) $-B_0\hat{x}\cos(kz+\omega t)$

   (d) $B_0\hat{x}\cos(kz-\omega t)$

6. Luz laser de comprimento de onda $\lambda$ ilumina duas fendas idênticas, produzindo um padrão de interferência num anteparo à distância $R$, localizado muito distante das fendas. As bandas claras do padrão observado são separadas de $0,01R$ e a terceira banda nos dois lados do máximo central está ausente. Qual é a largura $a$ das fendas?

   (a) $10\lambda \leq a < 20\lambda$

   (b) $20\lambda \leq a < 30\lambda$

   (c) $30\lambda \leq a < 40\lambda$

   (d) $40\lambda \leq a < 60\lambda$

7. Considere a luz solar que atravessa a janela de uma casa. Tanto a parte da frente quanto a parte de trás da janela é revestida por películas polarizadoras. A intensidade da radiação solar que chega na janela é $I$. Qual deve ser o ângulo entre os eixos de polarização das películas para que a intensidade da luz solar no interior da casa seja $I/2$?

   (a) $0^o$

   (b) $30^o$

   (c) $45^o$

   (d) $60^o$



8. Um feixe de luz laser monocromática tem área $A = 1,0\,\mathrm{mm}^2$ e intensidade uniforme. Em incidência normal, qual é a amplitude do seu campo elétrico oscilante se a força que este feixe exerce sobre uma superfície totalmente refletora é de $2,5\times10^{-9}\,\mathrm{N}$?

   (a) $0,5\times10^4\,\mathrm{V/m}$

   (b) $1,0\times10^4\,\mathrm{V/m}$

   (c) $1,5\times10^4\,\mathrm{V/m}$

   (d) $2,0\times10^4\,\mathrm{V/m}$

**Seção 2. Questão discursiva (2×2,6 = 5,2 pontos)**

1. [2,6 pontos]
   Considere o campo elétrico de uma onda plana dado por:

$$\vec{E}(y,t) = E_0 \cos(ky + \omega t)\hat{x},$$

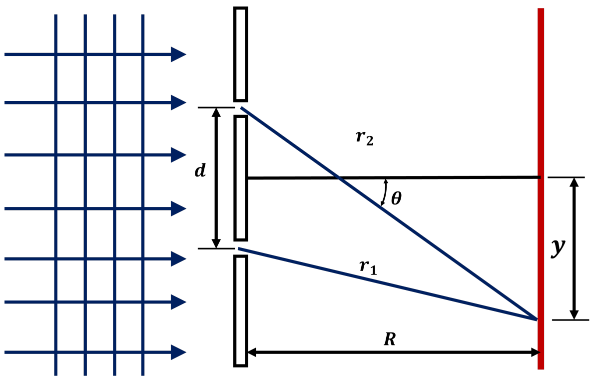
   propagando-se no ar em direção a uma superfície plana de um espelho plano totalmente refletor, de área $A = 1,0\,m^2$, que se encontra perpendicularmente à direção de propagação da onda.

   (a) [1,0 ponto] Encontre uma expressão para o campo magnético $\vec{B}$ dessa onda.

   (b)[1,0 ponto] Encontre uma expressão para o vetor de Poynting $\vec{S}$ e a intensidade $I$ dessa onda.

   (c)[0,6 ponto] Para $E_0 = 10,0\,V/m$, qual é a força exercida pela onda sobre o espelho ao ser refletida pelo mesmo?

2. [2,6 pontos]
   Uma onda monocromática com amplitude de campo elétrico $E_0$, intensidade $I_0$ e comprimento de onda $\lambda$ incide em duas fendas muito finas, espaçadas de uma distância $d = 100\lambda$, como indicado na figura abaixo. Considere $R \gg d$ e $R \gg y$. Respostas sem justificativas não serão consideradas.




   (a) [1,0 ponto] Encontre uma expressão para o campo $E(y)$ e a intensidade $I(y)$ no anteparo a partir dos campos na região das fendas. Sugestão: $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos(a)\cos(b)$.



   (b) [1,0 ponto] Qual é o menor valor de $y$, em módulo e diferente de zero, para o qual observa-se um máximo de intensidade ($I_{max}$) no anteparo? Escreva sua resposta em termos de $R$. Qual o valor de $I_{max}$?

   (c) [0,6 ponto] Qual é o menor valor de $y$ em módulo para o qual observa-se um mínimo de intensidade ($I_{min}$) no anteparo? Escreva sua resposta em termos de $R$.

Gabarito para Versão $\boxed{\text{A}}$

**Seção 1. Questões objetivas (8×0,6 = 4,8 pontos)**

1. (b)
2. (b)
3. (b)
4. (d)
5. (a)
6. (c)
7. (a)
8. (c)



**Seção 2. Questão discursiva (2×2,6 = 5,2 pontos)**

1. **Resolução:**

(a) O campo magnético da onda é dado por:

$$\vec{B}(y,t) = \frac{1}{c}\hat{s} \times \vec{E}(y,t),$$

onde $\hat{s}$ é um vetor unitário no sentido do vetor de Poynting. Temos que $\hat{s} = -\hat{y}$, assim:

$$\vec{B}(y,t) = \frac{1}{c}(-\hat{y}) \times \hat{x}E_0\cos(ky + \omega t).$$

$$\vec{B}(y,t) = \frac{E_0}{c}\hat{z}\cos(ky + \omega t).$$

(b) O vetor de Poynting da onda é dado por:

$$\vec{S}(y,t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B},$$

que pode ser escrito como:

$$\vec{S}(y,t) = \epsilon_0 c E^2(y,t)\hat{s}.$$

Assim:

$$\vec{S}(y,t) = -\epsilon_0 c E_0^2 \cos^2(ky + \omega t)\hat{y}.$$

A intensidade da onda é dada por:

$$I =< S(y,t) >= \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2.$$

(c) O módulo da força exercida pela onda sobre o espelho é dado por:

$$F = \frac{2I}{c}A.$$

Temos:

$$I = \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} \times 10^{-10}(F/m) \times 3 \times 10^8(m/s) \times 10^2 V^2/m^2,$$

$$I = \frac{1}{6}W/m^2.$$

Assim:

$$F = \frac{2 \times \frac{1}{6}W/m^2}{3 \times 10^8 m/s} \times 1m^2,$$

$$F = \frac{1}{9} \times 10^{-8}N.$$

■

2. **Resolução:**

(a) Temos que o campo $E$ a um distância $y$ do centro do anteparo é dado por:

$$E = E_0[\cos(kr_1 - \omega t) + \cos(kr_2 - \omega t)].$$

$$E = E_0[\cos(kr_1 - \omega t) + \cos(kr_1 - \omega t + \phi)],$$

onde $\phi = k(r_2 - r_1)$, sendo $r_2 - r_1 = d\text{sen}(\theta)$. Usando a identidade trigonométrica encontramos:

$$E = 2E_0\cos(\phi/2)\cos(kr_1 - \omega t + \phi/2).$$

A intensidade $I$ da onda é dada por:

$$I = 4I_0\cos^2(\phi/2).$$

Temos que:

$$\phi = kd\text{sen}(\theta)$$

e $\text{sen}(\theta) \approx \tan(\theta) = \frac{y}{R}$. Assim:

$$I(y) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d y}{R\lambda}\right).$$

(b) Em $y = 0$ encontra-se o máximo central. O primeiro máximo diferente do central se localiza em $y_{max}$, tal que:

$$\frac{\pi d y_{max}}{R\lambda} = \pi,$$

$$y_{max} = R\frac{\lambda}{d} = \frac{R}{100}.$$

A intensidade máxima é $I_{max} = 4I_0$.

(c) O primeiro mínimo se localiza em $y_{min}$, tal que:

$$\frac{\pi d y_{min}}{R\lambda} = \pi/2,$$

$$y_{min} = R\frac{\lambda}{2d} = \frac{R}{200}.$$

■



**Universidade Federal do Rio de Janeiro**
**Instituto de Física**
**Física IV-A – 2023/2 – P1- 25/09/2023**
**VERSÃO:** B

---

## Formulário

## CONSTANTES NUMÉRICAS

$\mu_0 = 1\times10^{-6}$ H/m; $\varepsilon_0 = (1/9)\times10^{-10}$ F/m; $c = 3\times10^8$ m/s; $h = 6\times10^{-34}$ J · s; $h = 3\times10^{-15}$ eV· s; $\hbar = h/(2\pi)$; $hc = 900$ eV· nm; $e = 2\times10^{-19}$ C; 1 eV $= 2\times10^{-19}$ J; 1 J $= 5\times10^{18}$ eV; $m_pc^2 = 1000$ MeV; $m_ec^2 = 0{,}5$ MeV; 1$\mu$m $= 10^{-6}$ m; 1 nm $= 10^{-9}$ m; 1 Å $= 10^{-10}$ m; 1 pm $= 10^{-12}$ m; 1 GeV $= 10^3$ MeV $= 10^9$ eV; $\lambda_c = 1{,}8$ pm; $E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = -25$ eV; $a_0 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi)\times10^{-11}$ m; $\text{sen}(30°) = 1/2$; $\text{sen}(45°) = \sqrt{2}/2$; $\text{sen}(60°) = \sqrt{3}/2$

## FORMULÁRIO GERAL

div $\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; rot $\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$; div $\mathbf{B} = 0$; rot $\mathbf{B} = \mu_0\left(\mathbf{J} + \varepsilon_0\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)$; $\mathbf{S} = \mathbf{E}\times\mathbf{B}/\mu_0$; $\mathbf{p} = \varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{B}$; $u = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0)$; $\mathcal{P} = S/c$; $F = \mathcal{P}A$; $I = I_0\left[\frac{\text{sen }(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2\left[\frac{\text{sen }(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)}\right]^2$; $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}a\text{sen}(\theta)$; $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}d\text{sen}(\theta)$; $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a)$; $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d)$; $\text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d)$; $R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$; $\theta_R = \frac{1{,}22\lambda}{D}$; $\langle\text{sen}^2\theta\rangle = 1/2$; $\langle\cos^2\theta\rangle = 1/2$; .

---

**Seção 1. Questões objetivas (8×0,6 = 4,8 pontos)**

1. Qual das expressões abaixo pode corresponder ao campo magnético de uma onda eletromagnética plana, polarizada na direção $\hat{y}$ e que se propaga na direção $-\hat{x}$?

   (a) $-B_0\hat{z}\cos(kx + \omega t)$

   (b) $B_0\hat{z}\cos(kx - \omega t)$

   (c) $-B_0\hat{x}\cos(kz + \omega t)$

   (d) $B_0\hat{x}\cos(kz - \omega t)$

2. Considere a luz solar que atravessa a janela de uma casa. Tanto a parte da frente quanto a parte de trás da janela é revestida por películas polarizadoras. A intensidade da radiação solar que chega na janela é $I$. Qual deve ser o ângulo entre os eixos de polarização das películas para que a intensidade da luz solar no interior da casa seja $I/2$?

(a) $0^o$

(b) $30^o$

(c) $45^o$

(d) $60^o$

3. Você está trabalhando em um laboratório de ótica com um equipamento capaz de simular eletronicamente o funcionamento de uma rede de difração, de forma que pode variar livremente seus parâmetros. Usando um feixe laser de comprimento de onda $\lambda$, você quer ser capaz de ter uma separação angular entre as diversas ordens de difração que seja suficiente para vê-las sem nenhuma sobreposição entre si. Em um plano distante, para *dobrar* a distância entre a ordem 0 e a ordem 1, você deve:

(a) Dobrar o espaçamento entre as fendas.

(b) Diminuir o espaçamento entre as fendas pela metade.

(c) quadruplicar o espaçamento entre as fendas.

(d) Nenhuma das alternativas anteriores.

4. Qual é a menor espessura $t$ de um filme anti-refletor, feito com material de índice de refração $n_f = 1,40$ sobre o vidro ($n_v = 1,52$), para o qual há interferência destrutiva para a componente da luz branca cujo comprimento de onda no ar é $\lambda_0 = 560\,\text{nm}$, em incidência normal?

(a) $0,085\,\mu\text{m} \leq \text{t} < 0,095\,\mu\text{m}$

(b) $0,095\,\mu\text{m} \leq \text{t} < 0,105\,\mu\text{m}$

(c) $0,105\,\mu\text{m} \leq \text{t} < 0,115\,\mu\text{m}$

(d) $0,115\,\mu\text{m} \leq \text{t} < 0,125\,\mu\text{m}$



5. Luz laser de comprimento de onda $\lambda$ ilumina duas fendas idênticas, produzindo um padrão de interferência num anteparo à distância $R$, localizado muito distante das fendas. As bandas claras do padrão observado são separadas de $0,01R$ e a terceira banda nos dois lados do máximo central está ausente. Qual é a largura $a$ das fendas?

(a) $10\lambda \leq a < 20\lambda$

(b) $20\lambda \leq a < 30\lambda$

(c) $30\lambda \leq a < 40\lambda$

(d) $40\lambda \leq a < 60\lambda$

6. Um feixe de luz laser monocromática tem área $A = 1,0\,\text{mm}^2$ e intensidade uniforme. Em incidência normal, qual é a amplitude do seu campo elétrico oscilante se a força que este feixe exerce sobre uma superfície totalmente refletora é de $2,5 \times 10^{-9}\,\text{N}$?

(a) $0,5 \times 10^4\,\text{V/m}$

(b) $1,0 \times 10^4\,\text{V/m}$

(c) $1,5 \times 10^4\,\text{V/m}$

(d) $2,0 \times 10^4\,\text{V/m}$

7. Duas fendas finas, separadas por uma distância $d$ são iluminadas por um feixe de laser de comprimento de onda $\lambda$. Considerando $d = 8\lambda$, para um anteparo localizado a uma distância muito grande das fendas, qual é o número $N$ de franjas claras observadas?

(a) $1 \leq N < 10$

(b) $10 \leq N < 20$

(c) $20 \leq N < 30$

(d) $N > 30$

8. Um feixe paralelo de luz não polarizada, propagando-se no ar, incide formando um ângulo de $60^o$ em relação à normal numa superfície plana de um material transparente. Se o feixe refletido é linearmente polarizado, qual é o índice de refração ($n$) desse material?

(a) $1,0 \leq n < 1,2$

(b) $1,2 \leq n < 1,4$

(c) $1,4 \leq n < 1,6$

(d) $1,6 \leq n < 1,8$



**Seção 2. Questão discursiva (2×2,6 = 5,2 pontos)**

1. [2,6 pontos]
Considere o campo elétrico de uma onda plana dado por:

$$\vec{E}(y,t) = E_0\cos(ky + \omega t)\hat{x},$$

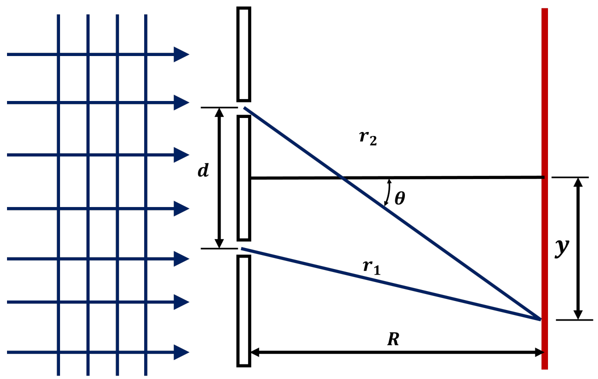
propagando-se no ar em direção a uma superfície plana de um espelho plano totalmente refletor, de área $A = 1,0\,m^2$, que se encontra perpendicularmente à direção de propagação da onda.

(a) [1,0 ponto] Encontre uma expressão para o campo magnético $\vec{B}$ dessa onda.

(b)[1,0 ponto] Encontre uma expressão para o vetor de Poynting $\vec{S}$ e a intensidade $I$ dessa onda.

(c)[0,6 ponto] Para $E_0 = 10,0\,V/m$, qual é a força exercida pela onda sobre o espelho ao ser refletida pelo mesmo?

2. [2,6 pontos]
Uma onda monocromática com amplitude de campo elétrico $E_0$, intensidade $I_0$ e comprimento de onda $\lambda$ incide em duas fendas muito finas, espaçadas de uma distância $d = 100\lambda$, como indicado na figura abaixo. Considere $R \gg d$ e $R \gg y$. Respostas sem justificativas não serão consideradas.




(a) [1,0 ponto] Encontre uma expressão para o campo $E(y)$ e a intensidade $I(y)$ no anteparo a partir dos campos na região das fendas. Sugestão: $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos(a)\cos(b)$.

(b) [1,0 ponto] Qual é o menor valor de $y$, em módulo e diferente de zero, para o qual observa-se um máximo de intensidade ($I_{max}$) no anteparo? Escreva sua resposta em termos de $R$. Qual o valor de $I_{max}$?

(c) [0,6 ponto] Qual é o menor valor de $y$ em módulo para o qual observa-se um mínimo de intensidade ($I_{min}$) no anteparo? Escreva sua resposta em termos de $R$.



# Gabarito para Versão $\boxed{\text{B}}$

**Seção 1. Questões objetivas (8×0,6 = 4,8 pontos)**

1. (a)
2. (a)
3. (b)
4. (b)
5. (c)
6. (c)
7. (b)
8. (d)

**Seção 2. Questão discursiva (2×2,6 = 5,2 pontos)**

1. **Resolução:**

(a) O campo magnético da onda é dado por:

$$\vec{B}(y,t) = \frac{1}{c}\hat{s} \times \vec{E}(y,t),$$

onde $\hat{s}$ é um vetor unitário no sentido do vetor de Poynting. Temos que $\hat{s} = -\hat{y}$, assim:

$$\vec{B}(y,t) = \frac{1}{c}(-\hat{y}) \times \hat{x}E_0\text{cos}(ky+\omega t).$$

$$\vec{B}(y,t) = \frac{E_0}{c}\hat{z}\text{cos}(ky+\omega t).$$

(b) O vetor de Poynting da onda é dado por:

$$\vec{S}(y,t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B},$$

que pode ser escrito como:

$$\vec{S}(y,t) = \epsilon_0 c E^2(y,t)\hat{s}.$$

Assim:

$$\vec{S}(y,t) = -\epsilon_0 c E_0^2 \text{cos}^2(ky+\omega t)\hat{y}.$$

A intensidade da onda é dada por:

$$I = < S(y,t) > = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2.$$

(c) O módulo da força exercida pela onda sobre o espelho é dado por:

$$F = \frac{2I}{c}A.$$

Temos:

$$I = \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} \times 10^{-10}(F/m) \times 3 \times 10^8 (m/s) \times 10^2 V^2/m^2,$$

$$I = \frac{1}{6}W/m^2.$$

Assim:

$$F = \frac{2 \times \frac{1}{6}W/m^2}{3 \times 10^8 m/s} \times 1m^2,$$

$$F = \frac{1}{9} \times 10^{-8} N.$$



■

2. **Resolução:**

(a) Temos que o campo $E$ a um distância $y$ do centro do anteparo é dado por:

$$E = E_0[\text{cos}(kr_1 - \omega t) + \text{cos}(kr_2 - \omega t)].$$

$$E = E_0[\text{cos}(kr_1 - \omega t) + \text{cos}(kr_1 - \omega t + \phi)],$$

onde $\phi = k(r_2 - r_1)$, sendo $r_2 - r_1 = d\text{sen}(\theta)$. Usando a identidade trigonométrica encontramos:

$$E = 2E_0\text{cos}(\phi/2)\text{cos}(kr_1 - \omega t + \phi/2).$$

A intensidade $I$ da onda é dada por:

$$I = 4I_0\text{cos}^2(\phi/2).$$

Temos que:

$$\phi = kd\text{sen}(\theta)$$

e $\text{sen}(\theta) \approx \tan(\theta) = \frac{y}{R}$. Assim:

$$I(y) = 4I_0\text{cos}^2\left(\frac{\pi d y}{R\lambda}\right).$$

(b) Em $y = 0$ encontra-se o máximo central. O primeiro máximo diferente do central se localiza em $y_{max}$, tal que:

$$\frac{\pi d y_{max}}{R\lambda} = \pi,$$

$$y_{max} = R\frac{\lambda}{d} = \frac{R}{100}.$$

A intensidade máxima é $I_{max} = 4I_0$.

(c) O primeiro mínimo se localiza em $y_{min}$, tal que:

$$\frac{\pi d y_{min}}{R\lambda} = \pi/2,$$

$$y_{min} = R\frac{\lambda}{2d} = \frac{R}{200}.$$

■

**Universidade Federal do Rio de Janeiro**
**Instituto de Física**
**Física IV-A – 2023/2 – P1- 25/09/2023**
**VERSÃO:** C

---

## Formulário

## CONSTANTES NUMÉRICAS

$\mu_0 = 1\times10^{-6}$ H/m; $\varepsilon_0 = (1/9)\times10^{-10}$ F/m; $c = 3\times10^{8}$ m/s; $h = 6\times10^{-34}$ J $\cdot$ s; $h = 3\times10^{-15}$ eV$\cdot$ s; $\hbar = h/(2\pi)$; $hc = 900$ eV$\cdot$ nm; $e = 2\times10^{-19}$ C; 1 eV $= 2\times10^{-19}$ J; 1 J $= 5\times10^{18}$ eV; $m_pc^2 = 1000$ MeV; $m_ec^2 = 0{,}5$ MeV; 1$\mu$m $= 10^{-6}$ m; 1 nm $= 10^{-9}$ m; 1 Å $= 10^{-10}$ m; 1 pm $= 10^{-12}$ m; 1 GeV $= 10^3$ MeV $= 10^9$ eV; $\lambda_c = 1{,}8$ pm; $E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = -25$ eV; $a_0 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi)\times10^{-11}$ m; sen$(30°) = 1/2$; sen$(45°) = \sqrt{2}/2$; sen$(60°) = \sqrt{3}/2$

## FORMULÁRIO GERAL

div $\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; rot $\mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$; div $\mathbf{B} = 0$; rot $\mathbf{B} = \mu_0\left(\mathbf{J} + \varepsilon_0\dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)$; $\mathbf{S} = \mathbf{E}\times\mathbf{B}/\mu_0$; $\mathbf{p} = \varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{B}$; $u = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0)$; $\mathcal{P} = S/c$; $F = \mathcal{P}A$; $I = I_0\left[\frac{\text{sen }(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2\left[\frac{\text{sen }(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)}\right]^2$; $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}a\text{sen}(\theta)$; $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}d\text{sen}(\theta)$; $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a)$; $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d)$; $\text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d)$; $R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$; $\theta_R = \frac{1{,}22\lambda}{D}$; $\langle\text{sen}^2\theta\rangle = 1/2$; $\langle\cos^2\theta\rangle = 1/2$; .

---

**Seção 1. Questões objetivas (8$\times$0,6 = 4,8 pontos)**

1. Qual das expressões abaixo pode corresponder ao campo magnético de uma onda eletromagnética plana, polarizada na direção $\hat{y}$ e que se propaga na direção $-\hat{x}$?

   (a) $-B_0\hat{z}\cos(kx + \omega t)$

   (b) $B_0\hat{z}\cos(kx - \omega t)$

   (c) $-B_0\hat{x}\cos(kz + \omega t)$

   (d) $B_0\hat{x}\cos(kz - \omega t)$



2. Qual é a menor espessura $t$ de um filme anti-refletor, feito com material de índice de refração $n_f = 1,40$ sobre o vidro ($n_v = 1,52$), para o qual há interferência destrutiva para a componente da luz branca cujo comprimento de onda no ar é $\lambda_0 = 560\,$nm, em incidência normal?

   (a) $0,085\,\mu$m $\le$ t $< 0,095\,\mu$m

   (b) $0,095\,\mu$m $\le$ t $< 0,105\,\mu$m

   (c) $0,105\,\mu$m $\le$ t $< 0,115\,\mu$m

   (d) $0,115\,\mu$m $\le$ t $< 0,125\,\mu$m

3. Duas fendas finas, separadas por uma distância $d$ são iluminadas por um feixe de laser de comprimento de onda $\lambda$. Considerando $d = 8\lambda$, para um anteparo localizado a uma distância muito grande das fendas, qual é o número $N$ de franjas claras observadas?

   (a) $1 \le N < 10$

   (b) $10 \le N < 20$

   (c) $20 \le N < 30$

   (d) $N > 30$

4. Luz laser de comprimento de onda $\lambda$ ilumina duas fendas idênticas, produzindo um padrão de interferência num anteparo à distância $R$, localizado muito distante das fendas. As bandas claras do padrão observado são separadas de $0,01R$ e a terceira banda nos dois lados do máximo central está ausente. Qual é a largura $a$ das fendas?

   (a) $10\lambda \le a < 20\lambda$

   (b) $20\lambda \le a < 30\lambda$

   (c) $30\lambda \le a < 40\lambda$

   (d) $40\lambda \le a < 60\lambda$

5. Um feixe paralelo de luz não polarizada, propagando-se no ar, incide formando um ângulo de $60^o$ em relação à normal numa superfície plana de um material transparente. Se o feixe refletido é linearmente polarizado, qual é o índice de refração ($n$) desse material?

   (a) $1,0 \leq n < 1,2$
   (b) $1,2 \leq n < 1,4$
   (c) $1,4 \leq n < 1,6$
   (d) $1,6 \leq n < 1,8$

6. Um feixe de luz laser monocromática tem área $A = 1,0\,\mathrm{mm}^2$ e intensidade uniforme. Em incidência normal, qual é a amplitude do seu campo elétrico oscilante se a força que este feixe exerce sobre uma superfície totalmente refletora é de $2,5 \times 10^{-9}\,\mathrm{N}$?

   (a) $0,5 \times 10^4\,\mathrm{V/m}$
   (b) $1,0 \times 10^4\,\mathrm{V/m}$
   (c) $1,5 \times 10^4\,\mathrm{V/m}$
   (d) $2,0 \times 10^4\,\mathrm{V/m}$

7. Você está trabalhando em um laboratório de ótica com um equipamento capaz de simular eletronicamente o funcionamento de uma rede de difração, de forma que pode variar livremente seus parâmetros. Usando um feixe laser de comprimento de onda $\lambda$, você quer ser capaz de ter uma separação angular entre as diversas ordens de difração que seja suficiente para vê-las sem nenhuma sobreposição entre si. Em um plano distante, para *dobrar* a distância entre a ordem 0 e a ordem 1, você deve:

   (a) Dobrar o espaçamento entre as fendas.
   (b) Diminuir o espaçamento entre as fendas pela metade.
   (c) quadruplicar o espaçamento entre as fendas.
   (d) Nenhuma das alternativas anteriores.



8. Considere a luz solar que atravessa a janela de uma casa. Tanto a parte da frente quanto a parte de trás da janela é revestida por películas polarizadoras. A intensidade da radiação solar que chega na janela é $I$. Qual deve ser o ângulo entre os eixos de polarização das películas para que a intensidade da luz solar no interior da casa seja $I/2$?

   (a) $0^o$
   (b) $30^o$
   (c) $45^o$
   (d) $60^o$

**Seção 2. Questão discursiva (2×2,6 = 5,2 pontos)**

1. [2,6 pontos]
   Considere o campo elétrico de uma onda plana dado por:

$$\vec{E}(y,t) = E_0 \cos(ky + \omega t)\hat{x},$$

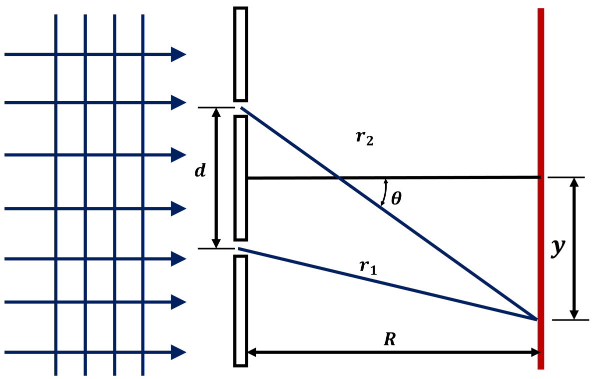
propagando-se no ar em direção a uma superfície plana de um espelho plano totalmente refletor, de área $A = 1,0\,m^2$, que se encontra perpendicularmente à direção de propagação da onda.

(a) [1,0 ponto] Encontre uma expressão para o campo magnético $\vec{B}$ dessa onda.

(b)[1,0 ponto] Encontre uma expressão para o vetor de Poynting $\vec{S}$ e a intensidade $I$ dessa onda.

(c)[0,6 ponto] Para $E_0 = 10,0\,V/m$, qual é a força exercida pela onda sobre o espelho ao ser refletida pelo mesmo?

2. [2,6 pontos]
   Uma onda monocromática com amplitude de campo elétrico $E_0$, intensidade $I_0$ e comprimento de onda $\lambda$ incide em duas fendas muito finas, espaçadas de uma distância $d = 100\lambda$, como indicado na figura abaixo. Considere $R \gg d$ e $R \gg y$. Respostas sem justificativas não serão consideradas.




(a) [1,0 ponto] Encontre uma expressão para o campo $E(y)$ e a intensidade $I(y)$ no anteparo a partir dos campos na região das fendas. Sugestão: $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos(a)\cos(b)$.



(b) [1,0 ponto] Qual é o menor valor de $y$, em módulo e diferente de zero, para o qual observa-se um máximo de intensidade ($I_{max}$) no anteparo? Escreva sua resposta em termos de $R$. Qual o valor de $I_{max}$?

(c) [0,6 ponto] Qual é o menor valor de $y$ em módulo para o qual observa-se um mínimo de intensidade ($I_{min}$) no anteparo? Escreva sua resposta em termos de $R$.

Gabarito para Versão $\boxed{\text{C}}$

**Seção 1. Questões objetivas (8×0,6 = 4,8 pontos)**

1. (a)
2. (b)
3. (b)
4. (c)
5. (d)
6. (c)
7. (b)
8. (a)



**Seção 2. Questão discursiva (2×2,6 = 5,2 pontos)**

1. **Resolução:**

(a) O campo magnético da onda é dado por:

$$\vec{B}(y,t) = \frac{1}{c}\hat{s} \times \vec{E}(y,t),$$

onde $\hat{s}$ é um vetor unitário no sentido do vetor de Poynting. Temos que $\hat{s} = -\hat{y}$, assim:

$$\vec{B}(y,t) = \frac{1}{c}(-\hat{y}) \times \hat{x}E_0\cos(ky+\omega t).$$

$$\vec{B}(y,t) = \frac{E_0}{c}\hat{z}\cos(ky+\omega t).$$

(b) O vetor de Poynting da onda é dado por:

$$\vec{S}(y,t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B},$$

que pode ser escrito como:

$$\vec{S}(y,t) = \epsilon_0 c E^2(y,t)\hat{s}.$$

Assim:

$$\vec{S}(y,t) = -\epsilon_0 c E_0^2 \cos^2(ky+\omega t)\hat{y}.$$

A intensidade da onda é dada por:

$$I = < S(y,t) > = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2.$$

(c) O módulo da força exercida pela onda sobre o espelho é dado por:

$$F = \frac{2I}{c}A.$$

Temos:

$$I = \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} \times 10^{-10}(F/m) \times 3 \times 10^8(m/s) \times 10^2 V^2/m^2,$$

$$I = \frac{1}{6}W/m^2.$$

Assim:

$$F = \frac{2 \times \frac{1}{6}W/m^2}{3 \times 10^8 m/s} \times 1m^2,$$

$$F = \frac{1}{9} \times 10^{-8}N.$$

■

2. **Resolução:**

(a) Temos que o campo $E$ a um distância $y$ do centro do anteparo é dado por:

$$E = E_0[\cos(kr_1 - \omega t) + \cos(kr_2 - \omega t)].$$

$$E = E_0[\cos(kr_1 - \omega t) + \cos(kr_1 - \omega t + \phi)],$$

onde $\phi = k(r_2 - r_1)$, sendo $r_2 - r_1 = d\text{sen}(\theta)$. Usando a identidade trigonométrica encontramos:

$$E = 2E_0\cos(\phi/2)\cos(kr_1 - \omega t + \phi/2).$$

A intensidade $I$ da onda é dada por:

$$I = 4I_0\cos^2(\phi/2).$$

Temos que:

$$\phi = kd\text{sen}(\theta)$$

e $\text{sen}(\theta) \approx \tan(\theta) = \frac{y}{R}$. Assim:

$$I(y) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d y}{R\lambda}\right).$$

(b) Em $y = 0$ encontra-se o máximo central. O primeiro máximo diferente do central se localiza em $y_{max}$, tal que:

$$\frac{\pi d y_{max}}{R\lambda} = \pi,$$

$$y_{max} = R\frac{\lambda}{d} = \frac{R}{100}.$$

A intensidade máxima é $I_{max} = 4I_0$.

(c) O primeiro mínimo se localiza em $y_{min}$, tal que:

$$\frac{\pi d y_{min}}{R\lambda} = \pi/2,$$

$$y_{min} = R\frac{\lambda}{2d} = \frac{R}{200}.$$

■



**Universidade Federal do Rio de Janeiro**
**Instituto de Física**
**Física IV-A – 2023/2 – P1- 25/09/2023**
**VERSÃO:** D

## Formulário

## CONSTANTES NUMÉRICAS

$\mu_0 = 1 \times 10^{-6}$ H/m; $\varepsilon_0 = (1/9) \times 10^{-10}$ F/m; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6 \times 10^{-34}$ J · s; $h = 3 \times 10^{-15}$ eV· s; $\hbar = h/(2\pi)$; $hc = 900$ eV· nm; $e = 2 \times 10^{-19}$ C; 1 eV $= 2 \times 10^{-19}$ J; 1 J $= 5 \times 10^{18}$ eV; $m_p c^2 = 1000$ MeV; $m_e c^2 = 0{,}5$ MeV; 1$\mu$m $= 10^{-6}$ m; 1 nm $= 10^{-9}$ m; 1 Å $= 10^{-10}$ m; 1 pm $= 10^{-12}$ m; 1 GeV $= 10^3$ MeV $= 10^9$ eV; $\lambda_c = 1{,}8$ pm; $E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = -25$ eV; $a_0 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi)\times 10^{-11}$ m; $\text{sen}(30°) = 1/2$; $\text{sen}(45°) = \sqrt{2}/2$; $\text{sen}(60°) = \sqrt{3}/2$

## FORMULÁRIO GERAL

div $\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; rot $\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$; div $\mathbf{B} = 0$; rot $\mathbf{B} = \mu_0\left(\mathbf{J} + \varepsilon_0\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)$; $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0$; $\mathbf{p} = \varepsilon_0\mathbf{E} \times \mathbf{B}$; $u = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0)$; $\mathcal{P} = S/c$; $F = \mathcal{P}A$; $I = I_0\left[\frac{\text{sen }(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2\left[\frac{\text{sen }(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)}\right]^2$; $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}a\text{sen}(\theta)$; $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}d\text{sen}(\theta)$; $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a)$; $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d)$; $\text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d)$; $R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$; $\theta_R = \frac{1{,}22\lambda}{D}$; $\langle\text{sen}^2\theta\rangle = 1/2$; $\langle\cos^2\theta\rangle = 1/2$; .

**Seção 1. Questões objetivas (8×0,6 = 4,8 pontos)**

1. Um feixe de luz laser monocromática tem área $A = 1{,}0\,\text{mm}^2$ e intensidade uniforme. Em incidência normal, qual é a amplitude do seu campo elétrico oscilante se a força que este feixe exerce sobre uma superfície totalmente refletora é de $2{,}5 \times 10^{-9}$ N?

   (a) $0{,}5 \times 10^4$ V/m
   (b) $1{,}0 \times 10^4$ V/m
   (c) $1{,}5 \times 10^4$ V/m
   (d) $2{,}0 \times 10^4$ V/m

2. Duas fendas finas, separadas por uma distância $d$ são iluminadas por um feixe de laser de comprimento de onda $\lambda$. Considerando $d = 8\lambda$, para um anteparo localizado a uma distância muito grande das fendas, qual é o número $N$ de franjas claras observadas?

(a) $1 \leq N < 10$

(b) $10 \leq N < 20$

(c) $20 \leq N < 30$

(d) $N > 30$

3. Você está trabalhando em um laboratório de ótica com um equipamento capaz de simular eletronicamente o funcionamento de uma rede de difração, de forma que pode variar livremente seus parâmetros. Usando um feixe laser de comprimento de onda $\lambda$, você quer ser capaz de ter uma separação angular entre as diversas ordens de difração que seja suficiente para vê-las sem nenhuma sobreposição entre si. Em um plano distante, para *dobrar* a distância entre a ordem 0 e a ordem 1, você deve:

(a) Dobrar o espaçamento entre as fendas.

(b) Diminuir o espaçamento entre as fendas pela metade.

(c) quadruplicar o espaçamento entre as fendas.

(d) Nenhuma das alternativas anteriores.

4. Considere a luz solar que atravessa a janela de uma casa. Tanto a parte da frente quanto a parte de trás da janela é revestida por películas polarizadoras. A intensidade da radiação solar que chega na janela é $I$. Qual deve ser o ângulo entre os eixos de polarização das películas para que a intensidade da luz solar no interior da casa seja $I/2$?

(a) $0^o$

(b) $30^o$

(c) $45^o$

(d) $60^o$



5. Um feixe paralelo de luz não polarizada, propagando-se no ar, incide formando um ângulo de $60^o$ em relação à normal numa superfície plana de um material transparente. Se o feixe refletido é linearmente polarizado, qual é o índice de refração ($n$) desse material?

(a) $1,0 \leq n < 1,2$

(b) $1,2 \leq n < 1,4$

(c) $1,4 \leq n < 1,6$

(d) $1,6 \leq n < 1,8$

6. Qual das expressões abaixo pode corresponder ao campo magnético de uma onda eletromagnética plana, polarizada na direção $\hat{y}$ e que se propaga na direção $-\hat{x}$?

(a) $-B_0\hat{z}\cos(kx + \omega t)$

(b) $B_0\hat{z}\cos(kx - \omega t)$

(c) $-B_0\hat{x}\cos(kz + \omega t)$

(d) $B_0\hat{x}\cos(kz - \omega t)$

7. Qual é a menor espessura $t$ de um filme anti-refletor, feito com material de índice de refração $n_f = 1,40$ sobre o vidro ($n_v = 1,52$), para o qual há interferência destrutiva para a componente da luz branca cujo comprimento de onda no ar é $\lambda_0 = 560\,\text{nm}$, em incidência normal?

(a) $0,085\,\mu\text{m} \leq \text{t} < 0,095\,\mu\text{m}$

(b) $0,095\,\mu\text{m} \leq \text{t} < 0,105\,\mu\text{m}$

(c) $0,105\,\mu\text{m} \leq \text{t} < 0,115\,\mu\text{m}$

(d) $0,115\,\mu\text{m} \leq \text{t} < 0,125\,\mu\text{m}$

8. Luz laser de comprimento de onda $\lambda$ ilumina duas fendas idênticas, produzindo um padrão de interferência num anteparo à distância $R$, localizado muito distante das fendas. As bandas claras do padrão observado são separadas de $0,01R$ e a terceira banda nos dois lados do máximo central está ausente. Qual é a largura $a$ das fendas?

   (a) $10\lambda \leq a < 20\lambda$

   (b) $20\lambda \leq a < 30\lambda$

   (c) $30\lambda \leq a < 40\lambda$

   (d) $40\lambda \leq a < 60\lambda$



**Seção 2. Questão discursiva (2×2,6 = 5,2 pontos)**

1. [2,6 pontos]
   Considere o campo elétrico de uma onda plana dado por:

$$\vec{E}(y,t) = E_0\cos(ky + \omega t)\hat{x},$$

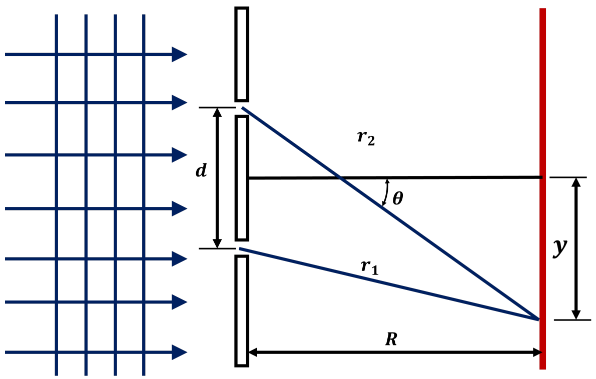
   propagando-se no ar em direção a uma superfície plana de um espelho plano totalmente refletor, de área $A = 1,0\,m^2$, que se encontra perpendicularmente à direção de propagação da onda.

   (a) [1,0 ponto] Encontre uma expressão para o campo magnético $\vec{B}$ dessa onda.

   (b)[1,0 ponto] Encontre uma expressão para o vetor de Poynting $\vec{S}$ e a intensidade $I$ dessa onda.

   (c)[0,6 ponto] Para $E_0 = 10,0\,V/m$, qual é a força exercida pela onda sobre o espelho ao ser refletida pelo mesmo?

2. [2,6 pontos]
   Uma onda monocromática com amplitude de campo elétrico $E_0$, intensidade $I_0$ e comprimento de onda $\lambda$ incide em duas fendas muito finas, espaçadas de uma distância $d = 100\lambda$, como indicado na figura abaixo. Considere $R \gg d$ e $R \gg y$. Respostas sem justificativas não serão consideradas.




   (a) [1,0 ponto] Encontre uma expressão para o campo $E(y)$ e a intensidade $I(y)$ no anteparo a partir dos campos na região das fendas. Sugestão: $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos(a)\cos(b)$.

(b) [1,0 ponto] Qual é o menor valor de $y$, em módulo e diferente de zero, para o qual observa-se um máximo de intensidade ($I_{max}$) no anteparo? Escreva sua resposta em termos de $R$. Qual o valor de $I_{max}$?

(c) [0,6 ponto] Qual é o menor valor de $y$ em módulo para o qual observa-se um mínimo de intensidade ($I_{min}$) no anteparo? Escreva sua resposta em termos de $R$.



# Gabarito para Versão D

**Seção 1. Questões objetivas (8×0,6 = 4,8 pontos)**

1. (c)
2. (b)
3. (b)
4. (a)
5. (d)
6. (a)
7. (b)
8. (c)

**Seção 2. Questão discursiva (2×2,6 = 5,2 pontos)**

1. **Resolução:**

(a) O campo magnético da onda é dado por:

$$\vec{B}(y,t) = \frac{1}{c}\hat{s} \times \vec{E}(y,t),$$

onde $\hat{s}$ é um vetor unitário no sentido do vetor de Poynting. Temos que $\hat{s} = -\hat{y}$, assim:

$$\vec{B}(y,t) = \frac{1}{c}(-\hat{y}) \times \hat{x}E_0\cos(ky+\omega t).$$

$$\vec{B}(y,t) = \frac{E_0}{c}\hat{z}\cos(ky+\omega t).$$

(b) O vetor de Poynting da onda é dado por:

$$\vec{S}(y,t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B},$$

que pode ser escrito como:

$$\vec{S}(y,t) = \epsilon_0 c E^2(y,t)\hat{s}.$$

Assim:

$$\vec{S}(y,t) = -\epsilon_0 c E_0^2 \cos^2(ky+\omega t)\hat{y}.$$

A intensidade da onda é dada por:

$$I = < S(y,t) > = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2.$$

(c) O módulo da força exercida pela onda sobre o espelho é dado por:

$$F = \frac{2I}{c}A.$$

Temos:

$$I = \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} \times 10^{-10}(F/m) \times 3 \times 10^8(m/s) \times 10^2 V^2/m^2,$$

$$I = \frac{1}{6}W/m^2.$$

Assim:

$$F = \frac{2 \times \frac{1}{6}W/m^2}{3 \times 10^8 m/s} \times 1m^2,$$

$$F = \frac{1}{9} \times 10^{-8}N.$$

■

2. **Resolução:**

(a) Temos que o campo $E$ a um distância $y$ do centro do anteparo é dado por:

$$E = E_0[\cos(kr_1 - \omega t) + \cos(kr_2 - \omega t)].$$

$$E = E_0[\cos(kr_1 - \omega t) + \cos(kr_1 - \omega t + \phi)],$$

onde $\phi = k(r_2 - r_1)$, sendo $r_2 - r_1 = d\text{sen}(\theta)$. Usando a identidade trigonométrica encontramos:

$$E = 2E_0\cos(\phi/2)\cos(kr_1 - \omega t + \phi/2).$$

A intensidade $I$ da onda é dada por:

$$I = 4I_0\cos^2(\phi/2).$$

Temos que:

$$\phi = kd\text{sen}(\theta)$$

e $\text{sen}(\theta) \approx \tan(\theta) = \frac{y}{R}$. Assim:

$$I(y) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d y}{R\lambda}\right).$$

(b) Em $y = 0$ encontra-se o máximo central. O primeiro máximo diferente do central se localiza em $y_{max}$, tal que:

$$\frac{\pi d y_{max}}{R\lambda} = \pi,$$

$$y_{max} = R\frac{\lambda}{d} = \frac{R}{100}.$$

A intensidade máxima é $I_{max} = 4I_0$.

(c) O primeiro mínimo se localiza em $y_{min}$, tal que:

$$\frac{\pi d y_{min}}{R\lambda} = \pi/2,$$

$$y_{min} = R\frac{\lambda}{2d} = \frac{R}{200}.$$

■