



Formulário

CONSTANTES NUMÉRICAS

$$\begin{aligned} \mu_0 = 1 \times 10^{-6} \text{ H/m}; \varepsilon_0 = (1/9) \times 10^{-10} \text{ F/m}; c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}; h = 6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; \\ h = 3 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}; \hbar = h/(2\pi); hc = 900 \text{ eV} \cdot \text{nm}; e = 2 \times 10^{-19} \text{ C}; 1 \text{ eV} = \\ 2 \times 10^{-19} \text{ J}; 1 \text{ J} = 5 \times 10^{18} \text{ eV}; m_p c^2 = 1000 \text{ MeV}; m_e c^2 = 0,5 \text{ MeV}; 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}; \\ 1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}; 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}; 1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}; 1 \text{ GeV} = 10^3 \text{ MeV} = 10^9 \text{ eV}; \\ \lambda_c = 1,8 \text{ pm}; E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = -25 \text{ eV}; a_0 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi) \times 10^{-11} \text{ m}; \text{sen}(30^\circ) = 1/2; \\ \text{sen}(45^\circ) = \sqrt{2}/2; \text{sen}(60^\circ) = \sqrt{3}/2 \end{aligned}$$

FORMULÁRIO GERAL

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}; \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \text{div } \mathbf{B} = 0; \text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right); \mathbf{S} = \\ \mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0; \mathbf{p} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}; u = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0); \mathcal{P} = S/c; F = \\ \mathcal{P}A; I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \left[ \frac{\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)} \right]^2; \beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \text{sen}(\theta); \phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen}(\theta); \\ \text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a); \text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d); \text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d); \\ R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}; \theta_R = \frac{1,22\lambda}{D}; \langle \text{sen}^2\theta \rangle = 1/2; \langle \text{cos}^2\theta \rangle = 1/2; . \end{aligned}$$

Seção 1. Questões objetivas (6×0,7 = 4,2 pontos)

1. Suponha uma onda eletromagnética monocromática de comprimento de onda  $\lambda$  que se desloca no sentido negativo do eixo  $Ox$  cujo campo elétrico é dado por  $\vec{E}(x, t) = \hat{y}E_{max}\cos(kx + \omega t)$ . Após a reflexão desta onda na superfície de um condutor colocado sobre o plano  $yz$ , ocorre superposição desta onda incidente com a onda refletida, gerando uma onda estacionária. O menor valor de  $x$  diferente de zero que corresponde a um plano nodal de  $\vec{E}$ , isto é, um plano para o qual  $\vec{E} = 0$ , é dado por:

- (a)  $\lambda$
- (b)  $\lambda/2$
- (c)  $3\lambda/2$
- (d)  $4\lambda$
- (e)  $\lambda/4$

2. As paredes de uma bolha de sabão têm aproximadamente o mesmo índice de refração da água ( $n \approx 1,3$ ). Há ar dentro e fora da bolha. Qual é o comprimento de onda (no ar) da luz visível que é mais fortemente refletida de um ponto da bolha de sabão que tem espessura da parede igual a  $300 \text{ nm}$ ?

- (a)  $400 \text{ nm} \leq \lambda < 450 \text{ nm}$
- (b)  $450 \text{ nm} \leq \lambda < 500 \text{ nm}$
- (c)  $500 \text{ nm} \leq \lambda < 550 \text{ nm}$
- (d)  $550 \text{ nm} \leq \lambda < 600 \text{ nm}$
- (e)  $600 \text{ nm} \leq \lambda < 650 \text{ nm}$

3. Dois polarizadores, P1 e P2, estão alinhados um à frente do outro. Os ângulos do eixo de transmissão da radiação de P1 e P2 são, respectivamente,  $60^\circ$  e  $30^\circ$ , em relação à linha vertical. Um terceiro polarizador com eixo de transmissão na direção vertical é posicionado atrás de P2. Se a luz solar incide em P1 com intensidade  $I_0$ , qual a intensidade final do feixe de luz após atravessar P3?

- (a)  $3I_0/4$
- (b)  $0$
- (c)  $9I_0/16$
- (d)  $9I_0/32$

4. Uma onda eletromagnética plana que se propaga no vácuo no sentido positivo do eixo  $x$  tem componentes  $E_x = E_y = 0$  e  $E_z = 3,0 \sin(2\pi x - t)$  V/m. Qual das alternativas abaixo indica corretamente o comprimento de onda, a amplitude  $B_0$  do campo magnético e sua direção quando o campo elétrico associado à onda aponta no sentido positivo do eixo  $z$ ?

- (a)  $\lambda = 1$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{y}$
- (b)  $\lambda = 2$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{z}$
- (c)  $\lambda = 1$  m;  $B_0 = 3,0$  T;  $-\hat{x}$
- (d)  $\lambda = 3$  m;  $B_0 = 3,0$  T;  $-\hat{y}$
- (e)  $\lambda = 3$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{y}$

5. Em um experimento sobre reflexão e refração com luz linearmente polarizada incidindo numa superfície plana de vidro, verifica-se que a luz incidente é totalmente refratada quando posicionada no ângulo  $\theta = 56^\circ$ , formado com a direção normal à superfície do vidro. Podemos dizer que:

- (a) A polarização da onda incidente é paralela à superfície da interface entre os dois meios.
- (b) A luz refratada é elipticamente polarizada.
- (c) A luz refratada é circularmente polarizada.
- (d) A polarização incidente é paralela ao plano de incidência da luz.

6. Suponha que você ilumina duas fendas finas com luz coerente monocromática no ar e encontra o primeiro mínimo de interferência num ângulo  $\alpha$  acima do máximo central. Você então repete o experimento com as fendas imersas em um líquido transparente e encontra o primeiro mínimo de interferência agora em um ângulo  $0,65\alpha$  acima do máximo central. Considerando pequenos ângulos, qual é o índice de refração do líquido?

- (a)  $1,48 \leq n < 1,52$
- (b)  $1,52 \leq n < 1,56$
- (c)  $1,56 \leq n < 1,60$
- (d)  $1,60 \leq n < 1,64$

**Seção 2. Questões VF ( $2 \times 0,8 = 1,6$  pontos). Questões discursivas ( $1 \times 2,0 + 1 \times 2,2 = 4,2$ )**

1. [1,6 pontos] Avalie as afirmativas abaixo e diga se são verdadeiras V, ou falsas F. Todas as respostas devem apresentar justificativas.

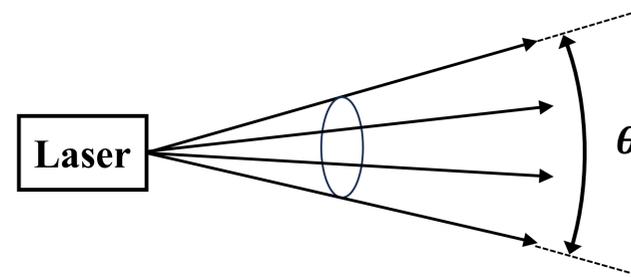
Resposta: [0,2 ponto]; justificativa: [0,6 ponto].

[(a)] [0,8 ponto] Ao incidir numa placa de vidro de espessura  $d$ , fazendo um ângulo  $\theta$  com a direção normal, um raio luminoso propagando no ar sofre uma translação, sem alterar a sua inclinação ao sair da placa.

[(b)] [0,8 ponto] Onda plana monocromática de comprimento de onda  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$  ilumina uma rede de difração contendo  $N = 800$  linhas/mm. Apenas dois máximos de difração são observados à esquerda do máximo central.

2. [2,0 pontos]

Considere um laser de hélio-neônio cuja potência é  $P$ . O feixe é cônico com ângulo de divergência  $\theta = 0,1 \text{ rad}$ , conforme mostrado na figura abaixo. Considere  $\theta \ll 1$ .



Suponha que um anteparo circular de superfície totalmente refletora e diâmetro  $D$  é posicionado a uma distância  $D$  da saída do laser, perpendicularmente ao eixo do cone de luz e com o centro sobre o eixo.

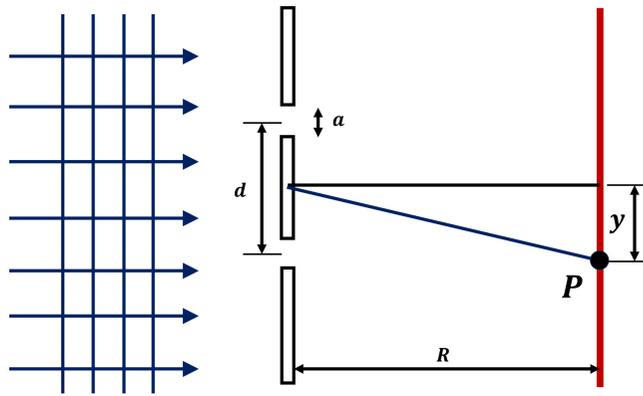
(a) [0,6 ponto] Considerando que a intensidade  $I$  do laser é uniforme, encontre uma expressão para  $I$  a uma distância  $D$  da saída do laser.

(b) [0,6 ponto] Encontre uma expressão para a pressão de radiação  $p_r$  exercida pelo feixe à distância  $D$  da saída do laser.

(c) [0,8 ponto] Encontre uma expressão para o módulo da força  $F$  média exercida pelo feixe sobre o anteparo.

3. [2,2 pontos]

Considere o padrão de difração formado pela passagem de uma onda



plana monocromática por duas fendas de largura  $a$  separadas por uma distância  $d$ , num anteparo localizado a uma distância  $R$  das fendas, tal que  $R \gg a$  e  $R \gg d$ , como mostrado na figura abaixo.

(a) [0,6 ponto] Para quais valores de  $y$  são observados os mínimos de difração?

(b) [0,6 ponto] Para quais valores de  $y$  são observados os máximos de interferência?

(c) [1,0 ponto] Qual é a razão entre a largura e a distância entre as fendas ( $a/d$ ) de modo que o quarto máximo de interferência à direita do máximo central coincida com o primeiro mínimo de difração? Faça um esboço do padrão de intensidade observado no anteparo em função de  $y$ .

4.

**Seção 1. Questões objetivas (6×0,7 = 4,2 pontos)**

1. (b)
2. (c)
3. (d)
4. (a)
5. (d)
6. (b)

**Seção 2. Questões VF (2×0,8 = 1,6 pontos). Questões discursivas (1× 2,0 + 1× 2,2 = 4,2)**

**1. Resolução:**

(a)

A afirmativa é **V**.

Seamos:

$$n_2 \sin \theta = n_1 \sin \phi$$

$$n_2 \sin \phi = n_1 \sin \alpha$$

percebendo as duas equações:

$n_2 \sin \theta = n_2 \sin \alpha$

$$\sin \theta = \sin \alpha$$

$$\theta = \alpha$$

O feixe é devolvido sem alterar sua inclinação.

(b)

A afirmativa é **V**.

Seamos que, para um rede de difração os máximos são dados por:

$$d \sin \theta = m \lambda, \quad m = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

Assim:

$$d \sin \frac{\pi}{2} \geq m_{\max} \lambda$$

$$m_{\max} \leq \frac{d}{\lambda},$$

onde  $m_{\max}$  é a maior ordem de um máximo observado com a rede de difração.

Seamos também que:

$$d \sin \theta = m \lambda$$

$$N \sin \theta = \pm m \text{ nm}$$

$$d = \frac{\lambda}{N} \text{ m m}^{-1}$$

$$d = \frac{1}{800} \text{ m m}^{-1}$$

$$d = \frac{1}{8} \times 10^2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d = \frac{1}{8} \times 10^5 \text{ m}$$

Assim:

$$m_{\max} \leq \frac{1}{8} \frac{10^5 \text{ m}}{0,5 \times 10^6 \text{ m}}$$

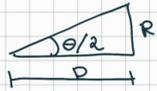
$$m_{\max} \leq \frac{1}{4} \times 10$$

$$m_{\max} \leq 2,5$$


**2. Resolução:**

- (a)
- (b)
- (c)

a) A uma distância  $D$  da saída do laser o raio  $R$  do feixe é dado por:



$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{R}{D}; \quad R = D \tan\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

assim:

$$I = \frac{P}{\pi R^2} = \frac{P}{\pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$I = \frac{P}{\pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

P1  $\theta \ll 1$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{0,1}{2} \text{ rad}$$

$$I = \frac{P}{\pi D^2} \times \left(\frac{0,1}{2}\right)^2$$

$$I = \frac{400 P}{\pi D^2}$$

b) A pressão de radiação no anteparo totalmente refletor é dada por:

$$P_r = \frac{2I}{c}$$

$$P_r = \frac{800 P}{\pi D^2 c}$$

3. Resolução:

- (a)
- (b)
- (c)

4. Resolução:

c) A distância  $D$  da saída do laser o raio do feixe é:

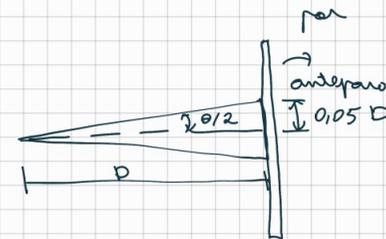
$$R = D \tan\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

para  $\theta \ll 1$ ;

$$R = D \frac{\theta}{2} = \left(\frac{0,1}{2}\right) D = 0,05 D$$

A força média exercida pelo feixe é dada

$$F = P_r A$$



Como a área do anteparo é maior que a área do feixe a distância  $D$  da saída do laser,

$$F = P_r \pi R^2$$

$$F = \frac{2P}{c \pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cdot \pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$F = \frac{2P}{c}$$

a) Os mínimos de difração são observados

para:

$$a \sin \theta_m = m \lambda$$
$$m = \{ \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \}$$

$$a \frac{y_m}{R} = m \lambda$$

$$y_m = m \left( \frac{R \lambda}{a} \right)$$

$$m = \{ \pm 1, \pm 2, \dots \}$$

b) Os máximos de interferência são observados

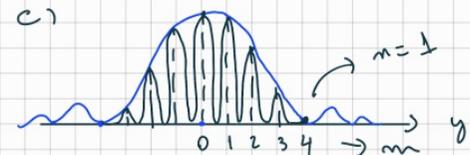
para:

$$d \sin \theta_m = m \lambda ; m = \{ 0, \pm 1, \dots \}$$

$$d \frac{y_m}{R} = m \lambda$$

$$y_m = m \left( \frac{R \lambda}{d} \right)$$

$$m = \{ 0, \pm 1, \pm 2, \dots \}$$



Para que o 4º máximo de interferência ( $m=4$ ) coincida com o primeiro mínimo de difração devemos ter:

$$y_{m=4} = y_{m=1}$$

$$4 \left( \frac{R \lambda}{d} \right) = \lambda \left( \frac{R}{a} \right)$$

ou seja:  $d = 4a$





**Formulário**

**CONSTANTES NUMÉRICAS**

$\mu_0 = 1 \times 10^{-6}$  H/m;  $\epsilon_0 = (1/9) \times 10^{-10}$  F/m;  $c = 3 \times 10^8$  m/s;  $h = 6 \times 10^{-34}$  J · s;  
 $h = 3 \times 10^{-15}$  eV · s;  $\hbar = h/(2\pi)$ ;  $hc = 900$  eV · nm;  $e = 2 \times 10^{-19}$  C;  $1$  eV =  
 $2 \times 10^{-19}$  J;  $1$  J =  $5 \times 10^{18}$  eV;  $m_p c^2 = 1000$  MeV;  $m_e c^2 = 0,5$  MeV;  $1\mu\text{m} = 10^{-6}$  m;  
 $1$  nm =  $10^{-9}$  m;  $1 \text{ \AA} = 10^{-10}$  m;  $1$  pm =  $10^{-12}$  m;  $1$  GeV =  $10^3$  MeV =  $10^9$  eV;  
 $\lambda_c = 1,8$  pm;  $E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\epsilon_0 a_0} = -25$  eV;  $a_0 = \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi) \times 10^{-11}$  m;  $\text{sen}(30^\circ) = 1/2$ ;  
 $\text{sen}(45^\circ) = \sqrt{2}/2$ ;  $\text{sen}(60^\circ) = \sqrt{3}/2$

**FORMULÁRIO GERAL**

$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ;  $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ;  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ ;  $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$ ;  $\mathbf{S} =$   
 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0$ ;  $\mathbf{p} = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ;  $u = \epsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0)$ ;  $\mathcal{P} = S/c$ ;  $F =$   
 $\mathcal{P}A$ ;  $I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \left[ \frac{\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)} \right]^2$ ;  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \text{sen}(\theta)$ ;  $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen}(\theta)$ ;  
 $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a)$ ;  $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d)$ ;  $\text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d)$ ;  
 $R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ ;  $\theta_R = \frac{1,22\lambda}{D}$ ;  $\langle \text{sen}^2\theta \rangle = 1/2$ ;  $\langle \text{cos}^2\theta \rangle = 1/2$ ; .

**Seção 1. Questões objetivas (6×0,7 = 4,2 pontos)**

- Suponha que você ilumina duas fendas finas com luz coerente monocromática no ar e encontra o primeiro mínimo de interferência num ângulo  $\alpha$  acima do máximo central. Você então repete o experimento com as fendas imersas em um líquido transparente e encontra o primeiro mínimo de interferência agora em um ângulo  $0,65\alpha$  acima do máximo central. Considerando pequenos ângulos, qual é o índice de refração do líquido?
  - $1,48 \leq n < 1,52$
  - $1,52 \leq n < 1,56$
  - $1,56 \leq n < 1,60$
  - $1,60 \leq n < 1,64$

- As paredes de uma bolha de sabão têm aproximadamente o mesmo índice de refração da água ( $n \approx 1,3$ ). Há ar dentro e fora da bolha. Qual é o comprimento de onda (no ar) da luz visível que é mais fortemente refletida de um ponto da bolha de sabão que tem espessura da parede igual a  $300$  nm?
  - $400 \text{ nm} \leq \lambda < 450 \text{ nm}$
  - $450 \text{ nm} \leq \lambda < 500 \text{ nm}$
  - $500 \text{ nm} \leq \lambda < 550 \text{ nm}$
  - $550 \text{ nm} \leq \lambda < 600 \text{ nm}$
  - $600 \text{ nm} \leq \lambda < 650 \text{ nm}$
- Uma onda eletromagnética plana que se propaga no vácuo no sentido positivo do eixo x tem componentes  $E_x = E_y = 0$  e  $E_z = 3,0 \text{ sen}(2\pi x - t)\text{V/m}$ . Qual das alternativas abaixo indica corretamente o comprimento de onda, a amplitude  $B_0$  do campo magnético e sua direção quando o campo elétrico associado à onda aponta no sentido positivo do eixo z?
  - $\lambda = 1$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{y}$
  - $\lambda = 2$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{z}$
  - $\lambda = 1$  m;  $B_0 = 3,0$  T;  $-\hat{x}$
  - $\lambda = 3$  m;  $B_0 = 3,0$  T;  $-\hat{y}$
  - $\lambda = 3$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{y}$
- Em um experimento sobre reflexão e refração com luz linearmente polarizada incidindo numa superfície plana de vidro, verifica-se que a luz incidente é totalmente refratada quando posicionada no ângulo  $\theta = 56^\circ$ , formado com a direção normal à superfície do vidro. Podemos dizer que:
  - A polarização da onda incidente é paralela à superfície da interface entre os dois meios.
  - A luz refratada é elipticamente polarizada.
  - A luz refratada é circularmente polarizada.
  - A polarização incidente é paralela ao plano de incidência da luz.

5. Suponha uma onda eletromagnética monocromática de comprimento de onda  $\lambda$  que se desloca no sentido negativo do eixo  $Ox$  cujo campo elétrico é dado por  $\vec{E}(x, t) = \hat{y}E_{max}\cos(kx + \omega t)$ . Após a reflexão desta onda na superfície de um condutor colocado sobre o plano  $yz$ , ocorre superposição desta onda incidente com a onda refletida, gerando uma onda estacionária. O menor valor de  $x$  **diferente de zero** que corresponde a um plano nodal de  $\vec{E}$ , isto é, um plano para o qual  $\vec{E} = 0$ , é dado por:

- (a)  $\lambda$
- (b)  $\lambda/2$
- (c)  $3\lambda/2$
- (d)  $4\lambda$
- (e)  $\lambda/4$

6. Dois polarizadores, P1 e P2, estão alinhados um à frente do outro. Os ângulos do eixo de transmissão da radiação de P1 e P2 são, respectivamente,  $60^\circ$  e  $30^\circ$ , em relação à linha vertical. Um terceiro polarizador com eixo de transmissão na direção vertical é posicionado atrás de P2. Se a luz solar incide em P1 com intensidade  $I_0$ , qual a intensidade final do feixe de luz após atravessar P3?

- (a)  $3I_0/4$
- (b) 0
- (c)  $9I_0/16$
- (d)  $9I_0/32$

**Seção 2. Questões VF ( $2 \times 0,8 = 1,6$  pontos). Questões discursivas ( $1 \times 2,0 + 1 \times 2,2 = 4,2$ )**

1. [1,6 pontos] Avalie as afirmativas abaixo e diga se são verdadeiras V, ou falsas F. Todas as respostas devem apresentar justificativas.

Resposta: [0,2 ponto]; justificativa: [0,6 ponto].

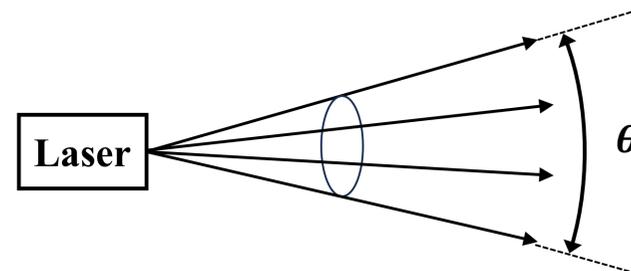
[(a)] [0,8 ponto] Ao incidir numa placa de vidro de espessura  $d$ , fazendo um ângulo  $\theta$  com a direção normal, um raio luminoso propagando no ar sofre uma translação, sem alterar a sua inclinação ao sair da placa.

[(b)] [0,8 ponto] Onda plana monocromática de comprimento de onda  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$  ilumina uma rede de difração contendo  $N = 800$  linhas/mm.

Apenas dois máximos de difração são observados à esquerda do máximo central.

2. [2,0 pontos]

Considere um laser de hélio-neônio cuja potência é  $P$ . O feixe é cônico com ângulo de divergência  $\theta = 0,1 \text{ rad}$ , conforme mostrado na figura abaixo. Considere  $\theta \ll 1$ .



Suponha que um anteparo circular de superfície totalmente refletora e diâmetro  $D$  é posicionado a uma distância  $D$  da saída do laser, perpendicularmente ao eixo do cone de luz e com o centro sobre o eixo.

(a) [0,6 ponto] Considerando que a intensidade  $I$  do laser é uniforme, encontre uma expressão para  $I$  a uma distância  $D$  da saída do laser.

(b) [0,6 ponto] Encontre uma expressão para a pressão de radiação  $p_r$  exercida pelo feixe à distância  $D$  da saída do laser.

(c) [0,8 ponto] Encontre uma expressão para o módulo da força  $F$  média exercida pelo feixe sobre o anteparo.

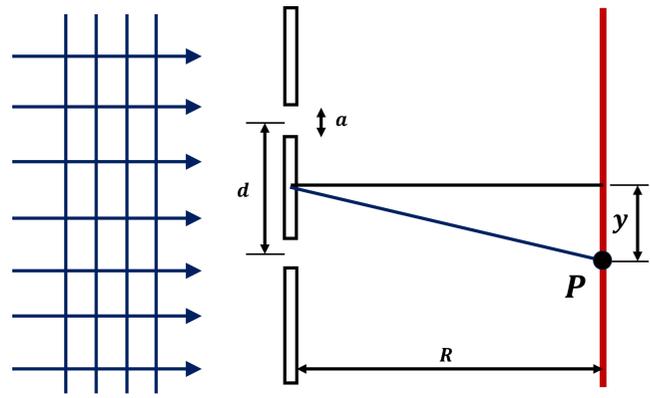
3. [2,2 pontos]

Considere o padrão de difração formado pela passagem de uma onda plana monocromática por duas fendas de largura  $a$  separadas por uma distância  $d$ , num anteparo localizado a uma distância  $R$  das fendas, tal que  $R \gg a$  e  $R \gg d$ , como mostrado na figura abaixo.

(a) [0,6 ponto] Para quais valores de  $y$  são observados os mínimos de difração?

(b) [0,6 ponto] Para quais valores de  $y$  são observados os máximos de interferência?

(c) [1,0 ponto] Qual é a razão entre a largura e a distância entre as fendas ( $a/d$ ) de modo que o quarto máximo de interferência à direita do máximo central coincida com o primeiro mínimo de difração? Faça um esboço do padrão de intensidade observado no anteparo em função de  $y$ .



4.

**Seção 1. Questões objetivas (6×0,7 = 4,2 pontos)**

1. (b)
2. (c)
3. (a)
4. (d)
5. (b)
6. (d)

**Seção 2. Questões VF (2×0,8 = 1,6 pontos). Questões discursivas (1× 2,0 + 1× 2,2 = 4,2)**

**1. Resolução:**

(a)

A afirmativa é **V**.

Seamos:

$$n_2 \sin \theta = n_1 \sin \phi$$

$$n_2 \sin \phi = n_1 \sin \alpha$$

percebendo as duas equações:

$\max \sin \theta = \max \sin \alpha$

$$\sin \theta = \sin \alpha$$

$$\theta = \alpha$$

O feixe é desviado sem alterar sua inclinação.

(b)

A afirmativa é **V**.

Seamos que, para uma rede de difração os máximos são dados por:

$$d \sin \theta = m \lambda, \quad m = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

Assim:

$$d \sin \frac{\pi}{2} \geq m_{\max} \lambda$$

$$m_{\max} \leq \frac{d}{\lambda},$$

onde  $m_{\max}$  é a maior ordem de um máximo observado com a rede de difração.

Seamos também que:

$$\lambda \text{ em nm} \rightarrow d$$

$$N \text{ em nm} \rightarrow 1 \text{ mm}$$

$$d = \frac{1}{N} \text{ mm}^{-1}$$

$$d = \frac{1}{800} \text{ mm}^{-1}$$

$$d = \frac{1}{8} \times 10^2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d = \frac{1}{8} \times 10^5 \text{ m}$$

Assim:

$$m_{\max} \leq \frac{1 \times 10^5 \text{ m}}{0,5 \times 10^6 \text{ m}}$$

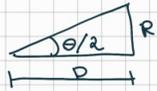
$$m_{\max} \leq \frac{1}{4} \times 10$$

$$m_{\max} \leq 2,5$$


**2. Resolução:**

- (a)
- (b)
- (c)

a) A uma distância  $D$  da saída do laser o raio  $R$  do feixe é dado por:



$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{R}{D}; R = D \tan\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

assim:

$$I = \frac{P}{\pi R^2} = \frac{P}{\pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)},$$

$$I = \frac{P}{\pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

P1  $\theta \ll 1$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{0,1}{2} \text{ rad}$$

$$I = \frac{P}{\pi D^2} \times \left(\frac{0,1}{2}\right)^2$$

$$I = \frac{400 P}{\pi D^2}$$

b) A pressão de radiação no anteparo totalmente refletor é dada por:

$$P_r = \frac{2I}{c}$$

$$P_r = \frac{800 P}{\pi D^2 c}$$

3. Resolução:

(a)

(b)

(c)

4. Resolução:

c) A distância  $D$  da saída do laser o raio do feixe é:

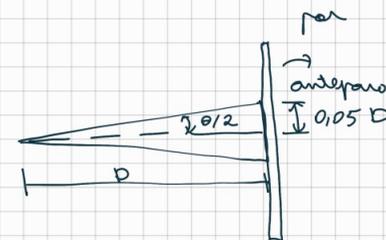
$$R = D \tan\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

para  $\theta \ll 1$ ;

$$R = D \frac{\theta}{2} = \left(\frac{0,1}{2}\right) D = 0,05 D$$

A força média exercida pelo feixe é dada

$$F = P_r A$$



Como a área do anteparo é maior que a área do feixe a distância  $D$  da saída do laser,

$$F = P_r \pi R^2$$

$$F = \frac{2P}{c \pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cdot \pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$F = \frac{2P}{c}$$

a) Os mínimos de difração são observados

para:

$$a \sin \theta_m = m \lambda$$
$$m = \{ \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \}$$

$$a \frac{y_m}{R} = m \lambda$$

$$y_m = m \left( \frac{R \lambda}{a} \right)$$

$$m = \{ \pm 1, \pm 2, \dots \}$$

b) Os máximos de interferência são observados

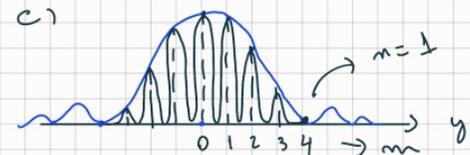
para:

$$d \sin \theta_m = m \lambda ; m = \{ 0, \pm 1, \dots \}$$

$$d \frac{y_m}{R} = m \lambda$$

$$y_m = m \left( \frac{R \lambda}{d} \right)$$

$$m = \{ 0, \pm 1, \pm 2, \dots \}$$



Para que o 4º máximo de interferência ( $m=4$ ) coincida com o primeiro mínimo de difração devemos ter:

$$y_{m=4} = y_{m=1}$$

$$4 \left( \frac{R \lambda}{d} \right) = \lambda \left( \frac{R}{a} \right)$$

ou seja:  $d = 4a$





**Formulário**

**CONSTANTES NUMÉRICAS**

$$\mu_0 = 1 \times 10^{-6} \text{ H/m}; \varepsilon_0 = (1/9) \times 10^{-10} \text{ F/m}; c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}; h = 6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s};$$

$$h = 3 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}; \hbar = h/(2\pi); hc = 900 \text{ eV} \cdot \text{nm}; e = 2 \times 10^{-19} \text{ C}; 1 \text{ eV} =$$

$$2 \times 10^{-19} \text{ J}; 1 \text{ J} = 5 \times 10^{18} \text{ eV}; m_p c^2 = 1000 \text{ MeV}; m_e c^2 = 0,5 \text{ MeV}; 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m};$$

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}; 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}; 1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}; 1 \text{ GeV} = 10^3 \text{ MeV} = 10^9 \text{ eV};$$

$$\lambda_c = 1,8 \text{ pm}; E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = -25 \text{ eV}; a_0 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi) \times 10^{-11} \text{ m}; \text{sen}(30^\circ) = 1/2;$$

$$\text{sen}(45^\circ) = \sqrt{2}/2; \text{sen}(60^\circ) = \sqrt{3}/2$$

**FORMULÁRIO GERAL**

$$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}; \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \text{div } \mathbf{B} = 0; \text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right); \mathbf{S} =$$

$$\mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0; \mathbf{p} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}; u = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0); \mathcal{P} = S/c; F =$$

$$\mathcal{P}A; I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \left[ \frac{\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)} \right]^2; \beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \text{sen}(\theta); \phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen}(\theta);$$

$$\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a); \text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d); \text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d);$$

$$R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}; \theta_R = \frac{1,22\lambda}{D}; \langle \text{sen}^2\theta \rangle = 1/2; \langle \cos^2\theta \rangle = 1/2; .$$

**Seção 1. Questões objetivas (6×0,7 = 4,2 pontos)**

- Em um experimento sobre reflexão e refração com luz linearmente polarizada incidindo numa superfície plana de vidro, verifica-se que a luz incidente é totalmente refratada quando posicionada no ângulo  $\theta = 56^\circ$ , formado com a direção normal à superfície do vidro. Podemos dizer que:
  - A polarização da onda incidente é paralela à superfície da interface entre os dois meios.
  - A luz refratada é elipticamente polarizada.
  - A luz refratada é circularmente polarizada.
  - A polarização incidente é paralela ao plano de incidência da luz.

- Suponha uma onda eletromagnética monocromática de comprimento de onda  $\lambda$  que se desloca no sentido negativo do eixo  $Ox$  cujo campo elétrico é dado por  $\vec{E}(x, t) = \hat{y} E_{max} \cos(kx + \omega t)$ . Após a reflexão desta onda na superfície de um condutor colocado sobre o plano  $yz$ , ocorre superposição desta onda incidente com a onda refletida, gerando uma onda estacionária. O menor valor de  $x$  **diferente de zero** que corresponde a um plano nodal de  $\vec{E}$ , isto é, um plano para o qual  $\vec{E} = 0$ , é dado por:
  - $\lambda$
  - $\lambda/2$
  - $3\lambda/2$
  - $4\lambda$
  - $\lambda/4$

- Suponha que você ilumina duas fendas finas com luz coerente monocromática no ar e encontra o primeiro mínimo de interferência num ângulo  $\alpha$  acima do máximo central. Você então repete o experimento com as fendas imersas em um líquido transparente e encontra o primeiro mínimo de interferência agora em um ângulo  $0,65\alpha$  acima do máximo central. Considerando pequenos ângulos, qual é o índice de refração do líquido?
  - $1,48 \leq n < 1,52$
  - $1,52 \leq n < 1,56$
  - $1,56 \leq n < 1,60$
  - $1,60 \leq n < 1,64$

4. Uma onda eletromagnética plana que se propaga no vácuo no sentido positivo do eixo  $x$  tem componentes  $E_x = E_y = 0$  e  $E_z = 3,0 \sin(2\pi x - t)$  V/m. Qual das alternativas abaixo indica corretamente o comprimento de onda, a amplitude  $B_0$  do campo magnético e sua direção quando o campo elétrico associado à onda aponta no sentido positivo do eixo  $z$ ?

- (a)  $\lambda = 1$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{y}$
- (b)  $\lambda = 2$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{z}$
- (c)  $\lambda = 1$  m;  $B_0 = 3,0$  T;  $-\hat{x}$
- (d)  $\lambda = 3$  m;  $B_0 = 3,0$  T;  $-\hat{y}$
- (e)  $\lambda = 3$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{y}$

5. As paredes de uma bolha de sabão têm aproximadamente o mesmo índice de refração da água ( $n \approx 1,3$ ). Há ar dentro e fora da bolha. Qual é o comprimento de onda (no ar) da luz visível que é mais fortemente refletida de um ponto da bolha de sabão que tem espessura da parede igual a  $300$  nm?

- (a)  $400 \text{ nm} \leq \lambda < 450 \text{ nm}$
- (b)  $450 \text{ nm} \leq \lambda < 500 \text{ nm}$
- (c)  $500 \text{ nm} \leq \lambda < 550 \text{ nm}$
- (d)  $550 \text{ nm} \leq \lambda < 600 \text{ nm}$
- (e)  $600 \text{ nm} \leq \lambda < 650 \text{ nm}$

6. Dois polarizadores, P1 e P2, estão alinhados um à frente do outro. Os ângulos do eixo de transmissão da radiação de P1 e P2 são, respectivamente,  $60^\circ$  e  $30^\circ$ , em relação à linha vertical. Um terceiro polarizador com eixo de transmissão na direção vertical é posicionado atrás de P2. Se a luz solar incide em P1 com intensidade  $I_0$ , qual a intensidade final do feixe de luz após atravessar P3?

- (a)  $3I_0/4$
- (b) 0
- (c)  $9I_0/16$
- (d)  $9I_0/32$

**Seção 2. Questões VF ( $2 \times 0,8 = 1,6$  pontos). Questões discursivas ( $1 \times 2,0 + 1 \times 2,2 = 4,2$ )**

1. [1,6 pontos] Avalie as afirmativas abaixo e diga se são verdadeiras V, ou falsas F. Todas as respostas devem apresentar justificativas.

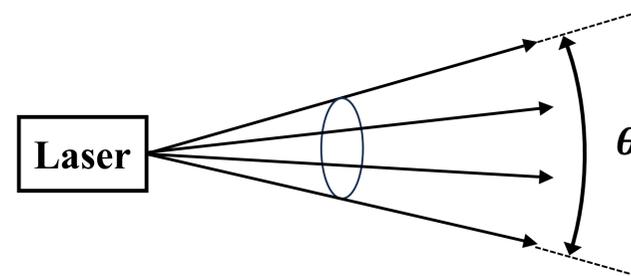
Resposta: [0,2 ponto]; justificativa: [0,6 ponto].

[(a)] [0,8 ponto] Ao incidir numa placa de vidro de espessura  $d$ , fazendo um ângulo  $\theta$  com a direção normal, um raio luminoso propagando no ar sofre uma translação, sem alterar a sua inclinação ao sair da placa.

[(b)] [0,8 ponto] Onda plana monocromática de comprimento de onda  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$  ilumina uma rede de difração contendo  $N = 800$  linhas/mm. Apenas dois máximos de difração são observados à esquerda do máximo central.

2. [2,0 pontos]

Considere um laser de hélio-neônio cuja potência é  $P$ . O feixe é cônico com ângulo de divergência  $\theta = 0,1 \text{ rad}$ , conforme mostrado na figura abaixo. Considere  $\theta \ll 1$ .



Suponha que um anteparo circular de superfície totalmente refletora e diâmetro  $D$  é posicionado a uma distância  $D$  da saída do laser, perpendicularmente ao eixo do cone de luz e com o centro sobre o eixo.

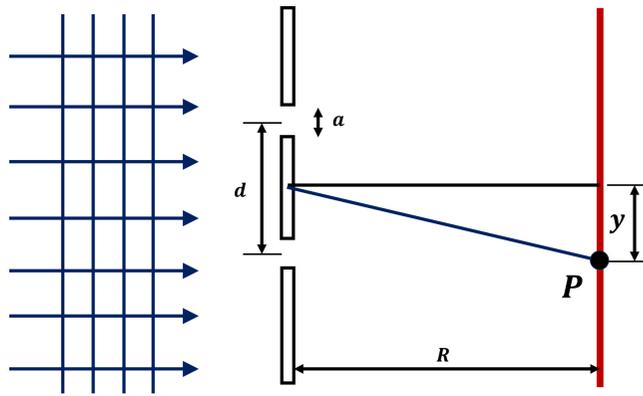
(a) [0,6 ponto] Considerando que a intensidade  $I$  do laser é uniforme, encontre uma expressão para  $I$  a uma distância  $D$  da saída do laser.

(b) [0,6 ponto] Encontre uma expressão para a pressão de radiação  $p_r$  exercida pelo feixe à distância  $D$  da saída do laser.

(c) [0,8 ponto] Encontre uma expressão para o módulo da força  $F$  média exercida pelo feixe sobre o anteparo.

3. [2,2 pontos]

Considere o padrão de difração formado pela passagem de uma onda



plana monocromática por duas fendas de largura  $a$  separadas por uma distância  $d$ , num anteparo localizado a uma distância  $R$  das fendas, tal que  $R \gg a$  e  $R \gg d$ , como mostrado na figura abaixo.

(a) [0,6 ponto] Para quais valores de  $y$  são observados os mínimos de difração?

(b) [0,6 ponto] Para quais valores de  $y$  são observados os máximos de interferência?

(c) [1,0 ponto] Qual é a razão entre a largura e a distância entre as fendas ( $a/d$ ) de modo que o quarto máximo de interferência à direita do máximo central coincida com o primeiro mínimo de difração? Faça um esboço do padrão de intensidade observado no anteparo em função de  $y$ .

4.

**Seção 1. Questões objetivas (6×0,7 = 4,2 pontos)**

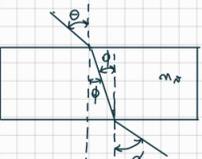
1. (d)
2. (b)
3. (b)
4. (a)
5. (c)
6. (d)

**Seção 2. Questões VF (2×0,8 = 1,6 pontos). Questões discursivas (1× 2,0 + 1× 2,2 = 4,2)**

**1. Resolução:**

(a)

A afirmativa é V.



Seamos:

$$n_2 \sin \theta = n_1 \sin \phi$$

$$n_1 \sin \phi = n_2 \sin \alpha$$

percebendo as duas equações:

$$\sin \theta = \sin \alpha$$

$$\theta = \alpha$$

O feixe é desviado sem alterar sua inclinação.

(b)

A afirmativa é V.

Seamos que, para uma rede de difração os máximos são dados por:

$$d \sin \theta = m \lambda, \quad m = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

Assim:

$$d \sin \frac{\pi}{2} \geq m_{\max} \lambda$$

$$m_{\max} \leq \frac{d}{\lambda},$$

onde  $m_{\max}$  é a maior ordem de um máximo observado com a rede de difração.

Seamos também que:

$$d \sin \theta = m \lambda$$

$$N \sin \theta = 1 \text{ mm}$$

$$d = \frac{1}{N} \text{ mm}^{-1}$$

$$d = \frac{1}{800} \text{ mm}^{-1}$$

$$d = \frac{1}{8} \times 10^2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d = \frac{1}{8} \times 10^{-5} \text{ m}$$

Assim:

$$m_{\max} \leq \frac{\frac{1}{8} \times 10^{-5} \text{ m}}{0,5 \times 10^{-6} \text{ m}}$$

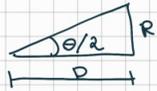
$$m_{\max} \leq \frac{1}{4} \times 10$$

$$m_{\max} \leq 2,5$$


**2. Resolução:**

- (a)
- (b)
- (c)

a) A uma distância  $D$  da saída do laser o raio  $R$  do feixe é dado por:



$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{R}{D}; \quad R = D \tan\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

assim:

$$I = \frac{P}{\pi R^2} = \frac{P}{\pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$I = \frac{P}{\pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

P1  $\theta \ll 1$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{0,1}{2} \text{ rad}$$

$$I = \frac{P}{\pi D^2} \times \left(\frac{0,1}{2}\right)^2$$

$$I = \frac{400 P}{\pi D^2}$$

b) A pressão de radiação no anteparo totalmente refletor é dada por:

$$P_r = \frac{2I}{c}$$

$$P_r = \frac{800 P}{\pi D^2 c}$$

3. Resolução:

- (a)
- (b)
- (c)

4. Resolução:

c) A distância  $D$  da saída do laser o raio do feixe é:

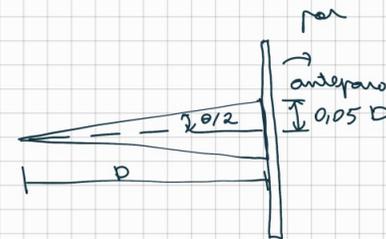
$$R = D \tan\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

para  $\theta \ll 1$ ;

$$R = D \frac{\theta}{2} = \left(\frac{0,1}{2}\right) D = 0,05 D$$

A força média exercida pelo feixe é dada

$$F = P_r A$$



Como a área do anteparo é maior que a área do feixe a distância  $D$  da saída do laser,

$$F = P_r \pi R^2$$

$$F = \frac{2P}{c \pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cdot \pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$F = \frac{2P}{c}$$

a) Os mínimos de difração são observados

para:

$$a \sin \theta_m = m \lambda$$
$$m = \{ \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \}$$

$$a \frac{y_m}{R} = m \lambda$$

$$y_m = m \left( \frac{R \lambda}{a} \right)$$

$$m = \{ \pm 1, \pm 2, \dots \}$$

b) Os máximos de interferência são observados

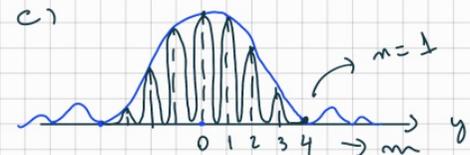
para:

$$d \sin \theta_m = m \lambda ; m = \{ 0, \pm 1, \dots \}$$

$$d \frac{y_m}{R} = m \lambda$$

$$y_m = m \left( \frac{R \lambda}{d} \right)$$

$$m = \{ 0, \pm 1, \pm 2, \dots \}$$



Para que o 4º máximo de interferência ( $m=4$ ) coincida com o primeiro mínimo de difração devemos ter:

$$y_{m=4} = y_{m=1}$$

$$4 \left( \frac{R \lambda}{d} \right) = \lambda \left( \frac{R}{a} \right)$$

ou seja:  $d = 4a$





**Formulário**

**CONSTANTES NUMÉRICAS**

$\mu_0 = 1 \times 10^{-6}$  H/m;  $\epsilon_0 = (1/9) \times 10^{-10}$  F/m;  $c = 3 \times 10^8$  m/s;  $h = 6 \times 10^{-34}$  J · s;  
 $h = 3 \times 10^{-15}$  eV · s;  $\hbar = h/(2\pi)$ ;  $hc = 900$  eV · nm;  $e = 2 \times 10^{-19}$  C;  $1$  eV =  
 $2 \times 10^{-19}$  J;  $1$  J =  $5 \times 10^{18}$  eV;  $m_p c^2 = 1000$  MeV;  $m_e c^2 = 0,5$  MeV;  $1\mu\text{m} = 10^{-6}$  m;  
 $1$  nm =  $10^{-9}$  m;  $1 \text{ \AA} = 10^{-10}$  m;  $1$  pm =  $10^{-12}$  m;  $1$  GeV =  $10^3$  MeV =  $10^9$  eV;  
 $\lambda_c = 1,8$  pm;  $E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\epsilon_0 a_0} = -25$  eV;  $a_0 = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi) \times 10^{-11}$  m;  $\text{sen}(30^\circ) = 1/2$ ;  
 $\text{sen}(45^\circ) = \sqrt{2}/2$ ;  $\text{sen}(60^\circ) = \sqrt{3}/2$

**FORMULÁRIO GERAL**

$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ;  $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ;  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ ;  $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$ ;  $\mathbf{S} =$   
 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0$ ;  $\mathbf{p} = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ;  $u = \epsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0)$ ;  $\mathcal{P} = S/c$ ;  $F =$   
 $\mathcal{P}A$ ;  $I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \left[ \frac{\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)} \right]^2$ ;  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \text{sen}(\theta)$ ;  $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen}(\theta)$ ;  
 $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a)$ ;  $\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d)$ ;  $\text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d)$ ;  
 $R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ ;  $\theta_R = \frac{1,22\lambda}{D}$ ;  $\langle \text{sen}^2 \theta \rangle = 1/2$ ;  $\langle \cos^2 \theta \rangle = 1/2$ ;

**Seção 1. Questões objetivas (6×0,7 = 4,2 pontos)**

1. As paredes de uma bolha de sabão têm aproximadamente o mesmo índice de refração da água ( $n \approx 1,3$ ). Há ar dentro e fora da bolha. Qual é o comprimento de onda (no ar) da luz visível que é mais fortemente refletida de um ponto da bolha de sabão que tem espessura da parede igual a  $300 \text{ nm}$ ?
- (a)  $400 \text{ nm} \leq \lambda < 450 \text{ nm}$   
 (b)  $450 \text{ nm} \leq \lambda < 500 \text{ nm}$   
 (c)  $500 \text{ nm} \leq \lambda < 550 \text{ nm}$   
 (d)  $550 \text{ nm} \leq \lambda < 600 \text{ nm}$   
 (e)  $600 \text{ nm} \leq \lambda < 650 \text{ nm}$

2. Suponha que você ilumina duas fendas finas com luz coerente monocromática no ar e encontra o primeiro mínimo de interferência num ângulo  $\alpha$  acima do máximo central. Você então repete o experimento com as fendas imersas em um líquido transparente e encontra o primeiro mínimo de interferência agora em um ângulo  $0,65\alpha$  acima do máximo central. Considerando pequenos ângulos, qual é o índice de refração do líquido?
- (a)  $1,48 \leq n < 1,52$   
 (b)  $1,52 \leq n < 1,56$   
 (c)  $1,56 \leq n < 1,60$   
 (d)  $1,60 \leq n < 1,64$
3. Dois polarizadores, P1 e P2, estão alinhados um à frente do outro. Os ângulos do eixo de transmissão da radiação de P1 e P2 são, respectivamente,  $60^\circ$  e  $30^\circ$ , em relação à linha vertical. Um terceiro polarizador com eixo de transmissão na direção vertical é posicionado atrás de P2. Se a luz solar incide em P1 com intensidade  $I_0$ , qual a intensidade final do feixe de luz após atravessar P3?
- (a)  $3I_0/4$   
 (b)  $0$   
 (c)  $9I_0/16$   
 (d)  $9I_0/32$
4. Uma onda eletromagnética plana que se propaga no vácuo no sentido positivo do eixo x tem componentes  $E_x = E_y = 0$  e  $E_z = 3,0 \text{ sen}(2\pi x - t)\text{V/m}$ . Qual das alternativas abaixo indica corretamente o comprimento de onda, a amplitude  $B_0$  do campo magnético e sua direção quando o campo elétrico associado à onda aponta no sentido positivo do eixo z?
- (a)  $\lambda = 1$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{y}$   
 (b)  $\lambda = 2$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{z}$   
 (c)  $\lambda = 1$  m;  $B_0 = 3,0$  T;  $-\hat{x}$   
 (d)  $\lambda = 3$  m;  $B_0 = 3,0$  T;  $-\hat{y}$   
 (e)  $\lambda = 3$  m;  $B_0 = 10^{-8}$  T;  $-\hat{y}$

5. Suponha uma onda eletromagnética monocromática de comprimento de onda  $\lambda$  que se desloca no sentido negativo do eixo  $Ox$  cujo campo elétrico é dado por  $\vec{E}(x, t) = \hat{y}E_{max}\cos(kx + \omega t)$ . Após a reflexão desta onda na superfície de um condutor colocado sobre o plano  $yz$ , ocorre superposição desta onda incidente com a onda refletida, gerando uma onda estacionária. O menor valor de  $x$  **diferente de zero** que corresponde a um plano nodal de  $\vec{E}$ , isto é, um plano para o qual  $\vec{E} = 0$ , é dado por:

- (a)  $\lambda$
- (b)  $\lambda/2$
- (c)  $3\lambda/2$
- (d)  $4\lambda$
- (e)  $\lambda/4$

6. Em um experimento sobre reflexão e refração com luz linearmente polarizada incidindo numa superfície plana de vidro, verifica-se que a luz incidente é totalmente refratada quando posicionada no ângulo  $\theta = 56^\circ$ , formado com a direção normal à superfície do vidro. Podemos dizer que:

- (a) A polarização da onda incidente é paralela à superfície da interface entre os dois meios.
- (b) A luz refratada é elipticamente polarizada.
- (c) A luz refratada é circularmente polarizada.
- (d) A polarização incidente é paralela ao plano de incidência da luz.

**Seção 2. Questões VF (2×0,8 = 1,6 pontos). Questões discursivas (1× 2,0 + 1× 2,2 = 4,2)**

1. [1,6 pontos] Avalie as afirmativas abaixo e diga se são verdadeiras V, ou falsas F. Todas as respostas devem apresentar justificativas.

Resposta: [0,2 ponto]; justificativa: [0,6 ponto].

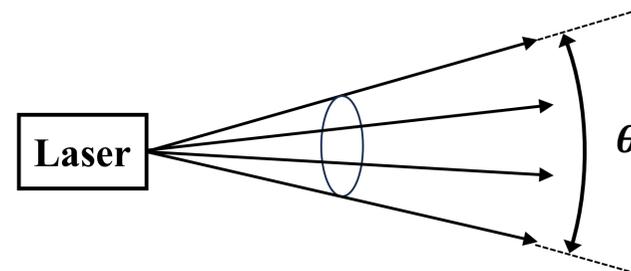
[(a)] [0,8 ponto] Ao incidir numa placa de vidro de espessura  $d$ , fazendo um ângulo  $\theta$  com a direção normal, um raio luminoso propagando no ar sofre uma translação, sem alterar a sua inclinação ao sair da placa.

[(b)] [0,8 ponto] Onda plana monocromática de comprimento de onda  $\lambda = 0,5 \mu m$  ilumina uma rede de difração contendo  $N = 800$  linhas/mm.

Apenas dois máximos de difração são observados à esquerda do máximo central.

2. [2,0 pontos]

Considere um laser de hélio-neônio cuja potência é  $P$ . O feixe é cônico com ângulo de divergência  $\theta = 0,1 \text{ rad}$ , conforme mostrado na figura abaixo. Considere  $\theta \ll 1$ .



Suponha que um anteparo circular de superfície totalmente refletora e diâmetro  $D$  é posicionado a uma distância  $D$  da saída do laser, perpendicularmente ao eixo do cone de luz e com o centro sobre o eixo.

(a) [0,6 ponto] Considerando que a intensidade  $I$  do laser é uniforme, encontre uma expressão para  $I$  a uma distância  $D$  da saída do laser.

(b) [0,6 ponto] Encontre uma expressão para a pressão de radiação  $p_r$  exercida pelo feixe à distância  $D$  da saída do laser.

(c) [0,8 ponto] Encontre uma expressão para o módulo da força  $F$  média exercida pelo feixe sobre o anteparo.

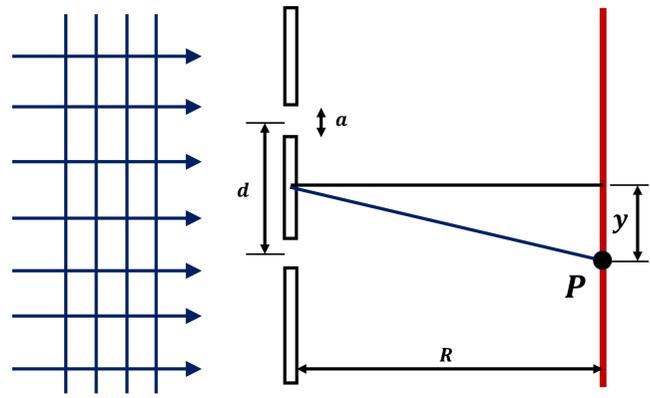
3. [2,2 pontos]

Considere o padrão de difração formado pela passagem de uma onda plana monocromática por duas fendas de largura  $a$  separadas por uma distância  $d$ , num anteparo localizado a uma distância  $R$  das fendas, tal que  $R \gg a$  e  $R \gg d$ , como mostrado na figura abaixo.

(a) [0,6 ponto] Para quais valores de  $y$  são observados os mínimos de difração?

(b) [0,6 ponto] Para quais valores de  $y$  são observados os máximos de interferência?

(c) [1,0 ponto] Qual é a razão entre a largura e a distância entre as fendas ( $a/d$ ) de modo que o quarto máximo de interferência à direita do máximo central coincida com o primeiro mínimo de difração? Faça um esboço do padrão de intensidade observado no anteparo em função de  $y$ .



4.

# Gabarito para Versão D

## Seção 1. Questões objetivas (6×0,7 = 4,2 pontos)

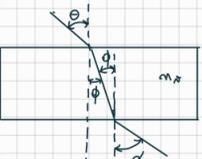
1. (c)
2. (b)
3. (d)
4. (a)
5. (b)
6. (d)

## Seção 2. Questões VF (2×0,8 = 1,6 pontos). Questões discursivas (1× 2,0 + 1× 2,2 = 4,2)

### 1. Resolução:

(a)

A afirmativa é V.



Seamos:

$$n_2 \sin \theta = n_1 \sin \phi$$

$$n_1 \sin \phi = n_2 \sin \alpha$$

percebendo as duas equações:

$$\sin \theta = \sin \alpha$$

$$\theta = \alpha$$

O feixe é desviado sem alterar sua inclinação.

(b)

A afirmativa é V.

Seamos que, para um rede de difração os máximos são dados por:

$$d \sin \theta = m \lambda, \quad m = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

Assim:

$$d \sin \frac{\pi}{2} \geq m_{\max} \lambda$$

$$m_{\max} \leq \frac{d}{\lambda},$$

onde  $m_{\max}$  é a maior ordem de um máximo observado com a rede de difração.

Seamos também que:

$$d \sin \theta = m \lambda$$

$$N \sin \theta = \pm m \text{ nm}$$

$$d = \frac{\lambda}{N} \text{ m m}^{-1}$$

$$d = \frac{1}{800} \text{ m m}^{-1}$$

$$d = \frac{1}{8} \times 10^2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d = \frac{1}{8} \times 10^5 \text{ m}$$

Assim:

$$m_{\max} \leq \frac{1}{8} \frac{10^5 \text{ m}}{0,5 \times 10^6 \text{ m}}$$

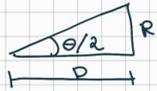
$$m_{\max} \leq \frac{1}{4} \times 10$$

$$m_{\max} \leq 2,5$$


### 2. Resolução:

- (a)
- (b)
- (c)

a) A uma distância  $D$  da saída do laser o raio  $R$  do feixe é dado por:



$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{R}{D}; R = D \tan\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

assim:

$$I = \frac{P}{\pi R^2} = \frac{P}{\pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)},$$

$$I = \frac{P}{\pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

P1  $\theta \ll 1$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{0,1}{2} \text{ rad}$$

$$I = \frac{P}{\pi D^2} \times \left(\frac{0,1}{2}\right)^2$$

$$I = \frac{400 P}{\pi D^2}$$

b) A pressão de radiação no anteparo totalmente refletor é dada por:

$$P_r = \frac{2I}{c}$$

$$P_r = \frac{800 P}{\pi D^2 c}$$

3. Resolução:

(a)

(b)

(c)

4. Resolução:

c) A distância  $D$  da saída do laser o raio do feixe é:

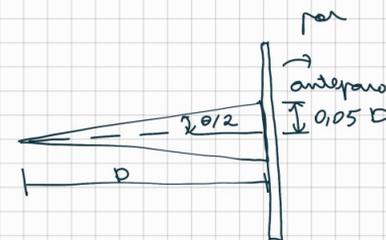
$$R = D \tan\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

para  $\theta \ll 1$ ;

$$R = D \frac{\theta}{2} = \left(\frac{0,1}{2}\right) D = 0,05 D$$

A força média exercida pelo feixe é dada

$$F = P_r A$$



Como a área do anteparo é maior que a área do feixe a distância  $D$  da saída do laser,

$$F = P_r \pi R^2$$

$$F = \frac{2P}{c \pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cdot \pi D^2 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$F = \frac{2P}{c}$$

a) Os mínimos de difração são observados

para:

$$a \sin \theta_m = m \lambda$$
$$m = \{ \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \}$$

$$a \frac{y_m}{R} = m \lambda$$

$$y_m = m \left( \frac{R \lambda}{a} \right)$$

$$m = \{ \pm 1, \pm 2, \dots \}$$

b) Os máximos de interferência são observados

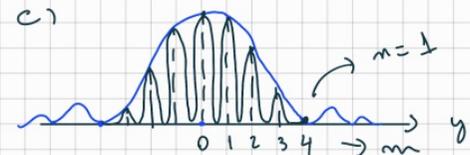
para:

$$d \sin \theta_m = m \lambda ; m = \{ 0, \pm 1, \dots \}$$

$$d \frac{y_m}{R} = m \lambda$$

$$y_m = m \left( \frac{R \lambda}{d} \right)$$

$$m = \{ 0, \pm 1, \pm 2, \dots \}$$



Para que o 4º máximo de interferência ( $m=4$ ) coincida com o primeiro mínimo de difração devemos ter:

$$y_{m=4} = y_{m=1}$$

$$4 \left( \frac{R \lambda}{d} \right) = \lambda \left( \frac{R}{a} \right)$$

ou seja:  $d = 4a$

