



**Formulário**

**CONSTANTES NUMÉRICAS**

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 1 \times 10^{-6} \text{ H/m}; \varepsilon_0 = (1/9) \times 10^{-10} \text{ F/m}; c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}; h = 6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; \\ h &= 3 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}; \hbar = h/(2\pi); hc = 900 \text{ eV} \cdot \text{nm}; e = 2 \times 10^{-19} \text{ C}; 1 \text{ eV} = \\ &= 2 \times 10^{-19} \text{ J}; 1 \text{ J} = 5 \times 10^{18} \text{ eV}; m_p c^2 = 1000 \text{ MeV}; m_e c^2 = 0,5 \text{ MeV}; 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}; \\ &1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}; 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}; 1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}; 1 \text{ GeV} = 10^3 \text{ MeV} = 10^9 \text{ eV}; \\ &\lambda_c = 1,8 \text{ pm}; E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = -25 \text{ eV}; a_0 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi) \times 10^{-11} \text{ m}; \text{sen}(30^\circ) = 1/2; \\ &\text{sen}(45^\circ) = \sqrt{2}/2; \text{sen}(60^\circ) = \sqrt{3}/2 \end{aligned}$$

**FORMULÁRIO GERAL**

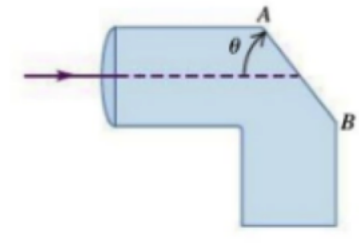
$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}; \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \text{div } \mathbf{B} = 0; \text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right); \mathbf{S} = \\ &= \mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0; \mathbf{p} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}; u = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0); \mathcal{P} = S/c; F = \\ &= \mathcal{P}A; I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \left[ \frac{\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)} \right]^2; \beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \text{sen}(\theta); \phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen}(\theta); \\ &\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a); \text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d); \text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d); \\ &R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}; \theta_R = \frac{1,22\lambda}{D}; \langle \text{sen}^2\theta \rangle = 1/2; \langle \text{cos}^2\theta \rangle = 1/2; . \end{aligned}$$

**Seção 1. Questões objetivas (7×0,7 = 4,9 pontos)**

1. Uma onda eletromagnética harmônica plana possui uma amplitude de campo magnético dada por  $B_0 = 1,0 \mu\text{T}$ , um comprimento de onda  $\lambda = 300 \text{ nm}$  e se propaga no vácuo no sentido positivo de  $x$ . Qual opção corresponde a uma possível expressão para o campo elétrico, considerando que o vetor campo magnético dessa onda está disposto ao longo do eixo  $y$ ?

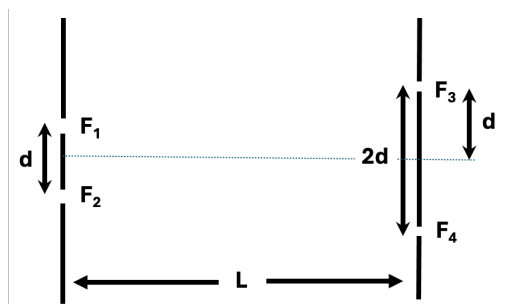
- (a)  $\vec{E}(x, t) = 1 \text{ V/m } \hat{x} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x - (2\pi \times 10^{14} \text{ rad/s})t \right)$
- (b)  $\vec{E}(x, t) = 300 \text{ V/m } \hat{z} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x - (2\pi \times 10^{15} \text{ rad/s})t \right)$
- (c)  $\vec{E}(x, t) = 300 \text{ V/m } \hat{z} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x + (2\pi \times 10^{14} \text{ rad/s})t \right)$
- (d)  $\vec{E}(x, t) = 1 \text{ V/m } \hat{x} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{150 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x + (2\pi \times 10^{15} \text{ rad/s})t \right)$

2. Um feixe de luz entra num tubo sólido feito de plástico com índice de refração  $n = 5/3$ . A luz propaga paralelamente à superfície superior do tubo, como mostrado na figura abaixo. Você deseja cortar a face  $AB$  de tal forma que a luz seja totalmente refletida dentro do tubo após o primeiro contato com ela. Qual é o maior valor de  $\theta$  para o tubo colocado em água ( $n_a = 4/3$ )?



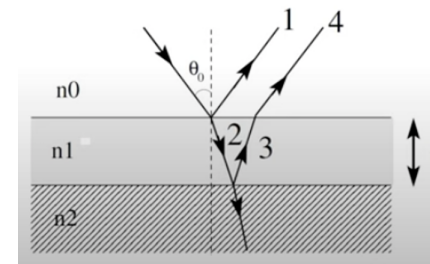
- (a)  $\theta < 30^\circ$
- (b)  $30^\circ < \theta \leq 45^\circ$
- (c)  $45^\circ < \theta \leq 60^\circ$
- (d)  $\theta > 60^\circ$

3. Uma fonte de luz coerente e monocromática de comprimento de onda  $\lambda$  é utilizada num experimento cuja montagem está esquematizada na figura abaixo. A distância entre o plano das fendas e o anteparo é  $L$ . Luz incide normalmente sobre o anteparo, que possui duas fendas  $F_1$  e  $F_2$ , com a mesma abertura (desprezível) e separadas por uma distância  $d$ . A distância  $d$  é tal que os primeiros máximos laterais de interferência se localizam sobre as fendas  $F_3$  e  $F_4$  do segundo anteparo. Elas possuem a mesma abertura das fendas do anteparo  $A$ , mas estão separadas por uma distância  $2d$ . Qual opção corresponde à diferença de fase  $\phi$  (em radianos) entre as ondas provenientes de  $F_1$  e  $F_2$  quando atingem as fendas  $F_3$  e  $F_4$  e ao valor da separação  $d$ ?



- (a)  $\phi = 2\pi$  e  $d = \sqrt{\lambda L}$   
 (b)  $\phi = 1,5\pi$  e  $d = \sqrt{2\lambda L}$   
 (c)  $\phi = 2\pi$  e  $d = \sqrt{2\lambda L}$   
 (d)  $\phi = 6\pi$  e  $d = \sqrt{4\lambda L}$   
 (e)  $\phi = 6\pi$  e  $d = \sqrt{\lambda L}$

4. A figura abaixo mostra uma camada superior de índice de refração  $n_1 = 1,5$  e espessura  $t$ , depositada sobre uma camada espessa de índice de refração  $n_2 = 3$ . O sistema está imerso em ar ( $n_0 = 1$ ). Luz monocromática com comprimento de onda  $\lambda_0 = 600$  nm, incide sobre a camada de espessura  $t$  com um ângulo de incidência  $\theta_0$  pequeno. Qual valor corresponde à mínima espessura  $t$  da camada superior para que ela funcione como uma camada anti-reflexo (mínima reflexão) para este comprimento de onda em incidência normal?



- (a)  $t = 100$  nm  
 (b)  $t = 150$  nm  
 (c)  $t = 200$  nm  
 (d)  $t = 50$  nm

5. As microondas num forno de microondas tem um comprimento de onda  $\lambda = 10$  cm. Qual deve ser o tamanho  $L$  mínimo do forno para que contenha no padrão de ondas estacionárias cinco planos antinodais do campo elétrico ao longo de seu comprimento ?

- (a)  $10 \text{ cm} \leq L < 20 \text{ cm}$   
 (b)  $20 \text{ cm} \leq L < 30 \text{ cm}$   
 (c)  $30 \text{ cm} \leq L < 40 \text{ cm}$   
 (d)  $40 \text{ cm} \leq L < 50 \text{ cm}$   
 (e)  $L \geq 50 \text{ cm}$

6. Podemos modelar razoavelmente bem o bulbo de uma lâmpada incandescente por uma esfera de diâmetro  $d$ . Tipicamente, apenas 5% da energia vai para produção de luz visível, o restante vai para a região não visível do infravermelho. Podemos dizer sobre a amplitude do campo elétrico  $E_0$  de uma onda harmônica com a mesma intensidade da luz visível produzida na superfície do bulbo de uma lâmpada incandescente que:

- (a) É proporcional a  $d$
- (b) É proporcional a  $d^2$
- (c) É proporcional a  $1/d$
- (d) É proporcional a  $1/d^2$
- (e) Não depende de  $d$

7. Considere a luz solar que atravessa a janela de uma casa. Tanto a parte da frente quanto a parte de trás da janela é revestida por películas polarizadoras. A intensidade da radiação solar (não polarizada) que chega na janela é  $I$ . Qual deve ser o ângulo entre os eixos de polarização das películas para que a intensidade da luz solar no interior da casa seja de  $I/4$ ?

- (a)  $0^\circ$
- (b)  $45^\circ$
- (c)  $30^\circ$
- (d)  $60^\circ$
- (e)  $90^\circ$

**Seção 2. Questões discursivas ( $1 \times 2,6 + 1 \times 2,5 = 5,1$ )**

1. [2,6 pontos]

O campo elétrico de uma onda eletromagnética que se propaga no vácuo é dado por  $\vec{E}(x, y, z, t) = (7,0 \text{ V/m}) \cos\left(\frac{\pi}{50 \times 10^{-9} \text{ (m)}}(z + ct)\right)\hat{x}$ . Em função dos dados do enunciado e das constantes fundamentais dadas no formulário, determine:

(a) [0,4 ponto] A direção e o sentido de propagação da onda eletromagnética.

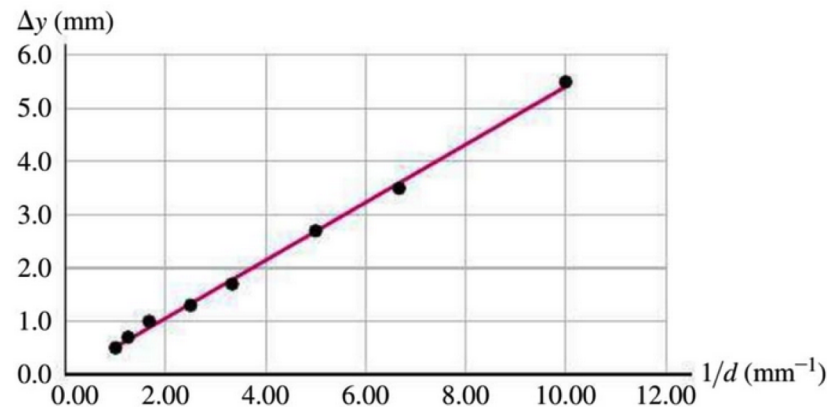
(b) [0,4 ponto] A frequência da onda eletromagnética.

(c) [1,0 ponto] O vetor campo magnético  $\vec{B}(x, y, z, t)$  da onda eletromagnética.

(d) [0,8 ponto] O vetor de Poynting associado a esta onda eletromagnética.

2. [2,5 pontos]

Em seu trabalho numa empresa de ótica, você é encarregado de determinar o comprimento de onda  $\lambda$  da luz produzida por um laser. Para isso, você passa a luz do laser por duas fendas finas separadas por uma distância  $d$ . Você observa o padrão de interferência num anteparo distante 0,900m das fendas e mede a separação  $\Delta y$  entre franjas claras adjacentes na porção do padrão próxima ao centro do anteparo. Usando um microscópio, você mede também  $d$ . Mas ambos  $\Delta y$  e  $d$  são pequenos e difíceis de medir precisamente, então você repete os experimentos para diferentes pares de fendas, cada um com um diferente valor de  $d$ . Seus resultados são mostrados na figura abaixo, onde você graficou  $\Delta y$  como função de  $1/d$ . A linha no gráfico corresponde à melhor reta que se ajusta aos resultados. Considere aproximação de pequenos ângulos:  $\sin(\theta) \approx \theta$ .



(a) [1,0 ponto] Explique porque os resultados experimentais graficados como na figura podem ser representados por uma reta.

(b) [1,5 pontos] Use a figura para determinar o comprimento de onda  $\lambda$  do laser.

**Seção 1. Questões objetivas ( $7 \times 0,7 = 4,9$  pontos)**

1. (b)

2. (b)

3. (a)

4. (a)

5. (b)

6. (c)

7. (b)

**Seção 2. Questões discursivas ( $1 \times 2,6 + 1 \times 2,5 = 5,1$ )**

1. **Resolução:**

■

2. **Resolução:**

■

1. a) O termo  $(z+ct)$  indica que a onda se propaga na direção negativa do eixo  $z$ ,  $-\hat{z}$

$$b) \text{ Como } \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] = \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}z + \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}}t\right]$$

$$\vec{E} = 7 \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}z + \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}}t\right] \hat{x}$$

Como a forma geral da onda é  $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi)$ ,

$$\omega = 2\pi f = \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^{-9}} = 3 \times 10^{15} \text{ Hz.}$$

c)  $\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{k} \times \vec{E}$ , com  $\hat{k} = \hat{z}$  o vetor unitário na direção de propagação da onda.

$$\vec{B} = (-\hat{y}) \frac{7}{c} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right]$$

$$\vec{B} = -3,33 \times 10^{-8} \hat{y} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right]$$

Alternativamente, pode ser justificado que a direção de  $\vec{B}$  é  $(-\hat{y})$  usando-se o fato que a direção de propagação da onda  $(-\hat{z})$  é dada pelo produto vetorial  $\vec{E} \times \vec{B}$  e que  $\vec{E}$  está na direção  $\hat{x}$ .

$$d) \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

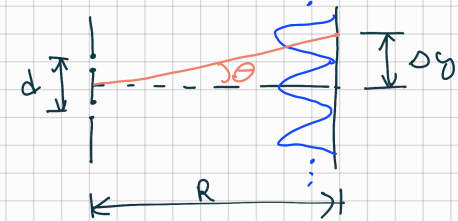
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \left\{ 7 \hat{x} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \times 3,33 \times 10^{-8} (-\hat{y}) \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \right\}$$

$$\vec{S} = \frac{7 \times 3,33 \times 10^{-8}}{10^{-6}} \cos^2\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] (-\hat{z})$$

$$\vec{S} = -0,16 \cos^2\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \hat{z}$$

(D2)

a)  
A separação  $\Delta y$  entre franjas claras num padrão de interferência de duas fendas finas é dada por:



$$d \sin \theta = \lambda$$

$$\sin \theta \approx \frac{\Delta y}{R}, \text{ para}$$

ângulos pequenos, assim:

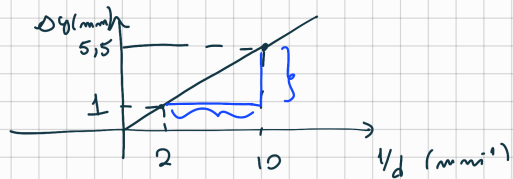
$$d \frac{\Delta y}{\lambda} = \lambda$$

$$\Delta y = (\lambda R) \frac{1}{d}$$

$\Delta y$  como função de  $\frac{1}{d}$  é uma reta, com coeficiente angular dado por  $\lambda R$  e coeficiente linear igual a zero.

b) Pelos dados da reta

$$\Delta y = A \left( \frac{1}{d} \right) + B$$



O coeficiente angular da reta é dado por:

$$A = \frac{(5,5 - 1,0) \text{ mm}}{(10 - 2) \text{ mm}^{-1}}$$

$$A = \frac{4,5}{8} \text{ mm}^2$$

$$A = \lambda R; \quad \lambda = \frac{A}{R}$$

$$\lambda = \frac{4,5}{8} \frac{\text{mm}^2}{0,000 \text{ m}}$$

$$\lambda = \frac{4,5}{8} \times \frac{(10^{-3} \text{ m})^2}{2 \times 10^{-4} \text{ m}} = \frac{1}{16} \times \frac{10^{-6}}{10^{-4}} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{1}{16} \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 16} \\ 040 \phantom{0} \\ \underline{080} \\ 00 \end{array}$$

$$\lambda = 90625 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\lambda = 625 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\lambda = 625 \text{ nm}$$



Formulário

CONSTANTES NUMÉRICAS

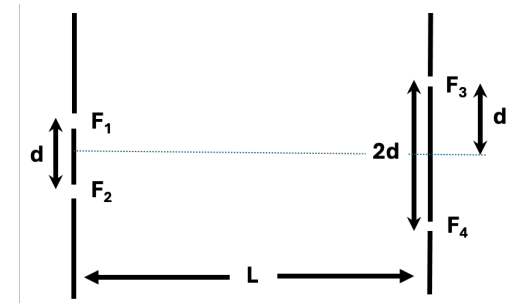
$$\begin{aligned} \mu_0 = 1 \times 10^{-6} \text{ H/m}; \varepsilon_0 = (1/9) \times 10^{-10} \text{ F/m}; c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}; h = 6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; \\ h = 3 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}; \hbar = h/(2\pi); hc = 900 \text{ eV} \cdot \text{nm}; e = 2 \times 10^{-19} \text{ C}; 1 \text{ eV} = \\ 2 \times 10^{-19} \text{ J}; 1 \text{ J} = 5 \times 10^{18} \text{ eV}; m_p c^2 = 1000 \text{ MeV}; m_e c^2 = 0,5 \text{ MeV}; 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}; \\ 1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}; 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}; 1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}; 1 \text{ GeV} = 10^3 \text{ MeV} = 10^9 \text{ eV}; \\ \lambda_c = 1,8 \text{ pm}; E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = -25 \text{ eV}; a_0 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi) \times 10^{-11} \text{ m}; \text{sen}(30^\circ) = 1/2; \\ \text{sen}(45^\circ) = \sqrt{2}/2; \text{sen}(60^\circ) = \sqrt{3}/2 \end{aligned}$$

FORMULÁRIO GERAL

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}; \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \text{div } \mathbf{B} = 0; \text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right); \mathbf{S} = \\ \mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0; \mathbf{p} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}; u = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0); \mathcal{P} = S/c; F = \\ \mathcal{P}A; I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \left[ \frac{\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)} \right]^2; \beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \text{sen}(\theta); \phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen}(\theta); \\ \text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a); \text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d); \text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d); \\ R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}; \theta_R = \frac{1,22\lambda}{D}; \langle \text{sen}^2\theta \rangle = 1/2; \langle \text{cos}^2\theta \rangle = 1/2; . \end{aligned}$$

Seção 1. Questões objetivas (7×0,7 = 4,9 pontos)

1. Uma fonte de luz coerente e monocromática de comprimento de onda  $\lambda$  é utilizada num experimento cuja montagem está esquematizada na figura abaixo. A distância entre o plano das fendas e o anteparo é  $L$ . Luz incide normalmente sobre o anteparo, que possui duas fendas  $F_1$  e  $F_2$ , com a mesma abertura (desprezível) e separadas por uma distância  $d$ . A distância  $d$  é tal que os primeiros máximos laterais de interferência se localizam sobre as fendas  $F_3$  e  $F_4$  do segundo anteparo. Elas possuem a mesma abertura das fendas do anteparo  $A$ , mas estão separadas por uma distância  $2d$ . Qual opção corresponde à diferença de fase  $\phi$  (em radianos) entre as ondas provenientes de  $F_1$  e  $F_2$  quando atingem as fendas  $F_3$  e  $F_4$  e ao valor da separação  $d$ ?



- (a)  $\phi = 2\pi$  e  $d = \sqrt{\lambda L}$
- (b)  $\phi = 1,5\pi$  e  $d = \sqrt{2\lambda L}$
- (c)  $\phi = 2\pi$  e  $d = \sqrt{2\lambda L}$
- (d)  $\phi = 6\pi$  e  $d = \sqrt{4\lambda L}$
- (e)  $\phi = 6\pi$  e  $d = \sqrt{\lambda L}$

2. As microondas num forno de microondas tem um comprimento de onda  $\lambda = 10$  cm. Qual deve ser o tamanho  $L$  mínimo do forno para que contenha no padrão de ondas estacionárias cinco planos antinodais do campo elétrico ao longo de seu comprimento ?

- (a)  $10 \text{ cm} \leq L < 20 \text{ cm}$
- (b)  $20 \text{ cm} \leq L < 30 \text{ cm}$
- (c)  $30 \text{ cm} \leq L < 40 \text{ cm}$
- (d)  $40 \text{ cm} \leq L < 50 \text{ cm}$
- (e)  $L \geq 50 \text{ cm}$

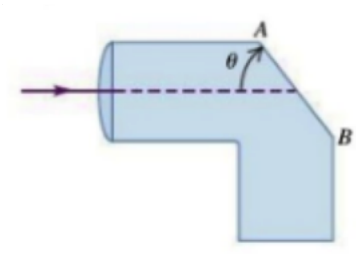
3. Considere a luz solar que atravessa a janela de uma casa. Tanto a parte da frente quanto a parte de trás da janela é revestida por películas polarizadoras. A intensidade da radiação solar (não polarizada) que chega na janela é  $I$ . Qual deve ser o ângulo entre os eixos de polarização das películas para que a intensidade da luz solar no interior da casa seja de  $I/4$ ?

- (a)  $0^\circ$
- (b)  $45^\circ$
- (c)  $30^\circ$
- (d)  $60^\circ$
- (e)  $90^\circ$

4. Uma onda eletromagnética harmônica plana possui uma amplitude de campo magnético dada por  $B_0 = 1,0 \mu\text{T}$ , um comprimento de onda  $\lambda = 300 \text{ nm}$  e se propaga no vácuo no sentido positivo de  $x$ . Qual opção corresponde a uma possível expressão para o campo elétrico, considerando que o vetor campo magnético dessa onda está disposto ao longo do eixo  $y$ ?

- (a)  $\vec{E}(x, t) = 1 \text{ V/m } \hat{x} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x - (2\pi \times 10^{14} \text{ rad/s})t \right)$
- (b)  $\vec{E}(x, t) = 300 \text{ V/m } \hat{z} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x - (2\pi \times 10^{15} \text{ rad/s})t \right)$
- (c)  $\vec{E}(x, t) = 300 \text{ V/m } \hat{z} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x + (2\pi \times 10^{14} \text{ rad/s})t \right)$
- (d)  $\vec{E}(x, t) = 1 \text{ V/m } \hat{x} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{150 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x + (2\pi \times 10^{15} \text{ rad/s})t \right)$

5. Um feixe de luz entra num tubo sólido feito de plástico com índice de refração  $n = 5/3$ . A luz propaga paralelamente à superfície superior do tubo, como mostrado na figura abaixo. Você deseja cortar a face  $AB$  de tal forma que a luz seja totalmente refletida dentro do tubo após o primeiro contato com ela. Qual é o maior valor de  $\theta$  para o tubo colocado em água ( $n_a = 4/3$ )?



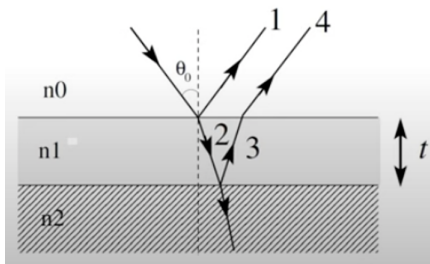
- (a)  $\theta < 30^\circ$
- (b)  $30^\circ < \theta \leq 45^\circ$
- (c)  $45^\circ < \theta \leq 60^\circ$
- (d)  $\theta > 60^\circ$

6. Podemos modelar razoavelmente bem o bulbo de uma lâmpada incandescente por uma esfera de diâmetro  $d$ . Tipicamente, apenas 5% da energia vai para produção de luz visível, o restante vai para a região não visível do infravermelho. Podemos dizer sobre a amplitude do campo elétrico  $E_0$  de uma onda harmônica com a mesma intensidade da luz visível produzida na superfície do bulbo de uma lâmpada incandescente que:

- (a) É proporcional a  $d$
- (b) É proporcional a  $d^2$
- (c) É proporcional a  $1/d$
- (d) É proporcional a  $1/d^2$
- (e) Não depende de  $d$



7. A figura abaixo mostra uma camada superior de índice de refração  $n_1 = 1,5$  e espessura  $t$ , depositada sobre uma camada espessa de índice de refração  $n_2 = 3$ . O sistema está imerso em ar ( $n_0 = 1$ ). Luz monocromática com comprimento de onda  $\lambda_0 = 600$  nm, incide sobre a camada de espessura  $t$  com um ângulo de incidência  $\theta_0$  pequeno. Qual valor corresponde à mínima espessura  $t$  da camada superior para que ela funcione como uma camada anti-reflexo (mínima reflexão) para este comprimento de onda em incidência normal?



- (a)  $t = 100$  nm  
 (b)  $t = 150$  nm  
 (c)  $t = 200$  nm  
 (d)  $t = 50$  nm

**Seção 2. Questões discursivas ( $1 \times 2,6 + 1 \times 2,5 = 5,1$ )**

1. [2,6 pontos]

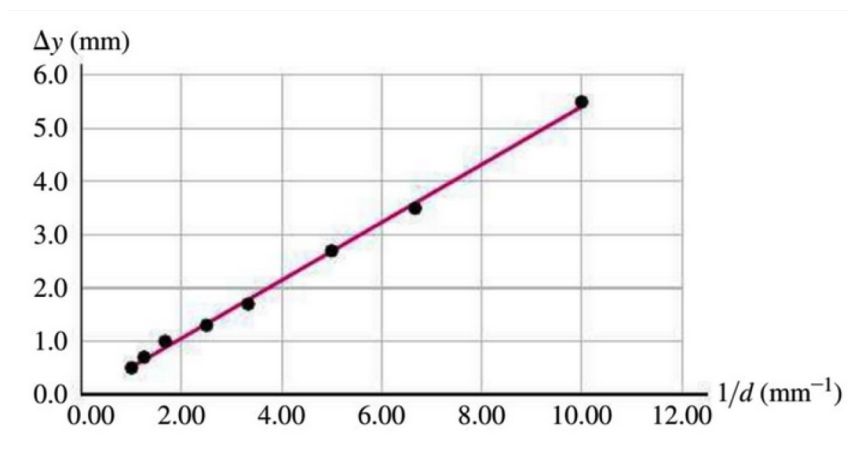
O campo elétrico de uma onda eletromagnética que se propaga no vácuo é dado por  $\vec{E}(x, y, z, t) = (7,0 \text{ V/m}) \cos\left(\frac{\pi}{50 \times 10^{-9} \text{ (m)}}(z + ct)\right) \hat{x}$ . Em função dos dados do enunciado e das constantes fundamentais dadas no formulário, determine:

- (a) [0,4 ponto] A direção e o sentido de propagação da onda eletromagnética.  
 (b) [0,4 ponto] A frequência da onda eletromagnética.  
 (c) [1,0 ponto] O vetor campo magnético  $\vec{B}(x, y, z, t)$  da onda eletromagnética.  
 (d) [0,8 ponto] O vetor de Poynting associado a esta onda eletromagnética.

2. [2,5 pontos]

Em seu trabalho numa empresa de ótica, você é encarregado de deter-

minar o comprimento de onda  $\lambda$  da luz produzida por um laser. Para isso, você passa a luz do laser por duas fendas finas separadas por uma distância  $d$ . Você observa o padrão de interferência num anteparo distante  $0,900$  m das fendas e mede a separação  $\Delta y$  entre franjas claras adjacentes na porção do padrão próxima ao centro do anteparo. Usando um microscópio, você mede também  $d$ . Mas ambos  $\Delta y$  e  $d$  são pequenos e difíceis de medir precisamente, então você repete os experimentos para diferentes pares de fendas, cada um com um diferente valor de  $d$ . Seus resultados são mostrados na figura abaixo, onde você graficou  $\Delta y$  como função de  $1/d$ . A linha no gráfico corresponde à melhor reta que se ajusta aos resultados. Considere aproximação de pequenos ângulos:  $\sin(\theta) \approx \theta$ .



- (a) [1,0 ponto] Explique porque os resultados experimentais graficados como na figura podem ser representados por uma reta.  
 (b) [1,5 pontos] Use a figura para determinar o comprimento de onda  $\lambda$  do laser.

**Seção 1. Questões objetivas ( $7 \times 0,7 = 4,9$  pontos)**

1. (a)

2. (b)

3. (b)

4. (b)

5. (b)

6. (c)

7. (a)

**Seção 2. Questões discursivas ( $1 \times 2,6 + 1 \times 2,5 = 5,1$ )**

**1. Resolução:**

■

**2. Resolução:**

■

1. a) O termo  $(z+ct)$  indica que a onda se propaga na direção negativa do eixo  $z$ ,  $-\hat{z}$

b) Como  $\cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] = \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}z + \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}}t\right]$

$$\vec{E} = 7 \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}z + \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}}t\right] \hat{x}$$

Como a forma geral da onda é  $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi)$ ,

$$\omega = 2\pi f = \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^{-9}} = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

c)  $\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{k} \times \vec{E}$ , com  $\hat{k} = -\hat{z}$  o vetor unitário na direção de propagação da onda.

$$\vec{B} = (-\hat{y}) \frac{7}{c} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right]$$

$$\vec{B} = -2,33 \times 10^{-8} \hat{y} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right]$$

Alternativamente, pode ser justificado que a direção de  $\vec{B}$  é  $(-\hat{y})$  usando-se o fato que a direção de propagação da onda  $(-\hat{z})$  é dada pelo produto vetorial  $\vec{E} \times \vec{B}$  e que  $\vec{E}$  está na direção  $\hat{x}$ .

d)  $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$

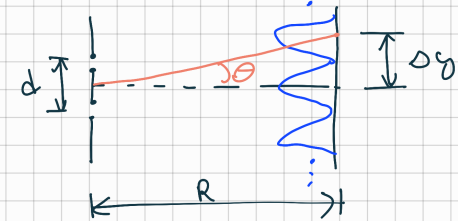
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \left\{ 7 \hat{x} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \times 2,33 \times 10^{-8} (-\hat{y}) \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \right\}$$

$$\vec{S} = \frac{7 \times 2,33 \times 10^{-8}}{10^{-6}} \cos^2\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] (-\hat{z})$$

$$\vec{S} = -0,16 \cos^2\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \hat{z}$$

(D2)

a)  
A separação  $\Delta y$  entre franjas claras num padrão de interferência de duas fendas finas é dada por:



$$d \sin \theta = \lambda$$

$$\sin \theta \approx \frac{\Delta y}{R}, \text{ para}$$

ângulos pequenos, assim:

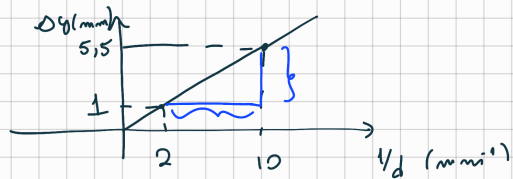
$$d \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lambda$$

$$\Delta y = (\lambda R) \frac{1}{d}$$

$\Delta y$  como função de  $\frac{1}{d}$  é uma reta, com coeficiente angular dado por  $\lambda R$  e coeficiente linear igual a zero.

b) Pelos dados da reta

$$\Delta y = A \left( \frac{1}{d} \right) + B$$



O coeficiente angular da reta é dado por:

$$A = \frac{(5,5 - 1,0) \text{ mm}}{(10 - 2) \text{ mm}^{-1}}$$

$$A = \frac{4,5}{8} \text{ mm}^2$$

$$A = \lambda R; \quad \lambda = \frac{A}{R}$$

$$\lambda = \frac{4,5}{8} \frac{\text{mm}^2}{0,000 \text{ m}}$$

$$\lambda = \frac{4,5}{8} \times \frac{(10^{-3} \text{ m})^2}{2 \times 10^{-4} \text{ m}} = \frac{1}{16} \times \frac{10^{-6}}{10^{-4}} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{1}{16} \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 16} \\ 040 \phantom{0} \\ \underline{080} \\ 00 \end{array}$$

$$\lambda = 90625 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\lambda = 625 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\lambda = 625 \text{ nm}$$



Formulário

**CONSTANTES NUMÉRICAS**

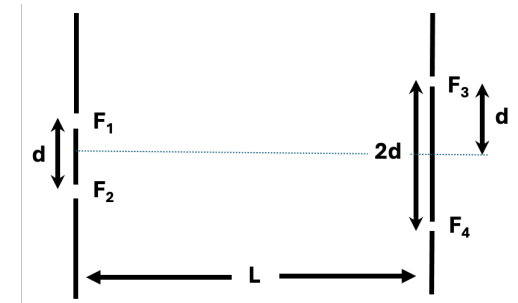
$$\begin{aligned} \mu_0 &= 1 \times 10^{-6} \text{ H/m}; \varepsilon_0 = (1/9) \times 10^{-10} \text{ F/m}; c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}; h = 6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; \\ h &= 3 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}; \hbar = h/(2\pi); hc = 900 \text{ eV} \cdot \text{nm}; e = 2 \times 10^{-19} \text{ C}; 1 \text{ eV} = \\ &= 2 \times 10^{-19} \text{ J}; 1 \text{ J} = 5 \times 10^{18} \text{ eV}; m_p c^2 = 1000 \text{ MeV}; m_e c^2 = 0,5 \text{ MeV}; 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}; \\ &1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}; 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}; 1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}; 1 \text{ GeV} = 10^3 \text{ MeV} = 10^9 \text{ eV}; \\ &\lambda_c = 1,8 \text{ pm}; E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = -25 \text{ eV}; a_0 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi) \times 10^{-11} \text{ m}; \text{sen}(30^\circ) = 1/2; \\ &\text{sen}(45^\circ) = \sqrt{2}/2; \text{sen}(60^\circ) = \sqrt{3}/2 \end{aligned}$$

**FORMULÁRIO GERAL**

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}; \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \text{div } \mathbf{B} = 0; \text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right); \mathbf{S} = \\ &= \mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0; \mathbf{p} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}; u = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0); \mathcal{P} = S/c; F = \\ &= \mathcal{P}A; I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \left[ \frac{\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)} \right]^2; \beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \text{sen}(\theta); \phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen}(\theta); \\ &\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a); \text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d); \text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d); \\ &R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}; \theta_R = \frac{1,22\lambda}{D}; \langle \text{sen}^2\theta \rangle = 1/2; \langle \text{cos}^2\theta \rangle = 1/2; . \end{aligned}$$

**Seção 1. Questões objetivas (7×0,7 = 4,9 pontos)**

1. Uma fonte de luz coerente e monocromática de comprimento de onda  $\lambda$  é utilizada num experimento cuja montagem está esquematizada na figura abaixo. A distância entre o plano das fendas e o anteparo é  $L$ . Luz incide normalmente sobre o anteparo, que possui duas fendas  $F_1$  e  $F_2$ , com a mesma abertura (desprezível) e separadas por uma distância  $d$ . A distância  $d$  é tal que os primeiros máximos laterais de interferência se localizam sobre as fendas  $F_3$  e  $F_4$  do segundo anteparo. Elas possuem a mesma abertura das fendas do anteparo  $A$ , mas estão separadas por uma distância  $2d$ . Qual opção corresponde à diferença de fase  $\phi$  (em radianos) entre as ondas provenientes de  $F_1$  e  $F_2$  quando atingem as fendas  $F_3$  e  $F_4$  e ao valor da separação  $d$ ?



- (a)  $\phi = 2\pi$  e  $d = \sqrt{\lambda L}$
- (b)  $\phi = 1,5\pi$  e  $d = \sqrt{2\lambda L}$
- (c)  $\phi = 2\pi$  e  $d = \sqrt{2\lambda L}$
- (d)  $\phi = 6\pi$  e  $d = \sqrt{4\lambda L}$
- (e)  $\phi = 6\pi$  e  $d = \sqrt{\lambda L}$

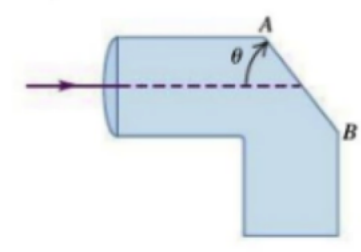
2. Uma onda eletromagnética harmônica plana possui uma amplitude de campo magnético dada por  $B_0 = 1,0 \mu\text{T}$ , um comprimento de onda  $\lambda = 300 \text{ nm}$  e se propaga no vácuo no sentido positivo de  $x$ . Qual opção corresponde a uma possível expressão para o campo elétrico, considerando que o vetor campo magnético dessa onda está disposto ao longo do eixo  $y$ ?

- (a)  $\vec{E}(x, t) = 1 \text{ V/m } \hat{x} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x - (2\pi \times 10^{14} \text{ rad/s})t \right)$   
 (b)  $\vec{E}(x, t) = 300 \text{ V/m } \hat{z} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x - (2\pi \times 10^{15} \text{ rad/s})t \right)$   
 (c)  $\vec{E}(x, t) = 300 \text{ V/m } \hat{z} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x + (2\pi \times 10^{14} \text{ rad/s})t \right)$   
 (d)  $\vec{E}(x, t) = 1 \text{ V/m } \hat{x} \cos \left( \left( \frac{2\pi}{150 \times 10^{-9}} \text{ rad/m} \right) x + (2\pi \times 10^{15} \text{ rad/s})t \right)$

3. As microondas num forno de microondas tem um comprimento de onda  $\lambda = 10 \text{ cm}$ . Qual deve ser o tamanho  $L$  mínimo do forno para que contenha no padrão de ondas estacionárias cinco planos antinodais do campo elétrico ao longo de seu comprimento ?

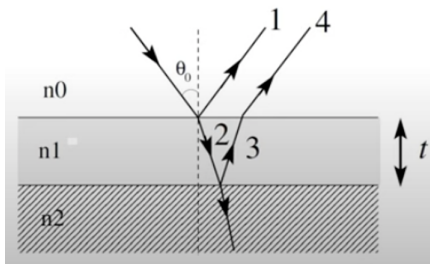
- (a)  $10 \text{ cm} \leq L < 20 \text{ cm}$   
 (b)  $20 \text{ cm} \leq L < 30 \text{ cm}$   
 (c)  $30 \text{ cm} \leq L < 40 \text{ cm}$   
 (d)  $40 \text{ cm} \leq L < 50 \text{ cm}$   
 (e)  $L \geq 50 \text{ cm}$

4. Um feixe de luz entra num tubo sólido feito de plástico com índice de refração  $n = 5/3$ . A luz propaga paralelamente à superfície superior do tubo, como mostrado na figura abaixo. Você deseja cortar a face  $AB$  de tal forma que a luz seja totalmente refletida dentro do tubo após o primeiro contato com ela. Qual é o maior valor de  $\theta$  para o tubo colocado em água ( $n_a = 4/3$ )?



- (a)  $\theta < 30^\circ$   
 (b)  $30^\circ < \theta \leq 45^\circ$   
 (c)  $45^\circ < \theta \leq 60^\circ$   
 (d)  $\theta > 60^\circ$

5. A figura abaixo mostra uma camada superior de índice de refração  $n_1 = 1,5$  e espessura  $t$ , depositada sobre uma camada espessa de índice de refração  $n_2 = 3$ . O sistema está imerso em ar ( $n_0 = 1$ ). Luz monocromática com comprimento de onda  $\lambda_0 = 600$  nm, incide sobre a camada de espessura  $t$  com um ângulo de incidência  $\theta_0$  pequeno. Qual valor corresponde à mínima espessura  $t$  da camada superior para que ela funcione como uma camada anti-reflexo (mínima reflexão) para este comprimento de onda em incidência normal?



- (a)  $t = 100$  nm  
 (b)  $t = 150$  nm  
 (c)  $t = 200$  nm  
 (d)  $t = 50$  nm
6. Podemos modelar razoavelmente bem o bulbo de uma lâmpada incandescente por uma esfera de diâmetro  $d$ . Tipicamente, apenas 5% da energia vai para produção de luz visível, o restante vai para a região não visível do infravermelho. Podemos dizer sobre a amplitude do campo elétrico  $E_0$  de uma onda harmônica com a mesma intensidade da luz visível produzida na superfície do bulbo de uma lâmpada incandescente que:
- (a) É proporcional a  $d$   
 (b) É proporcional a  $d^2$   
 (c) É proporcional a  $1/d$   
 (d) É proporcional a  $1/d^2$   
 (e) Não depende de  $d$

7. Considere a luz solar que atravessa a janela de uma casa. Tanto a parte da frente quanto a parte de trás da janela é revestida por películas polarizadoras. A intensidade da radiação solar (não polarizada) que chega na janela é  $I$ . Qual deve ser o ângulo entre os eixos de polarização das películas para que a intensidade da luz solar no interior da casa seja de  $I/4$ ?

- (a)  $0^\circ$   
 (b)  $45^\circ$   
 (c)  $30^\circ$   
 (d)  $60^\circ$   
 (e)  $90^\circ$

## Seção 2. Questões discursivas ( $1 \times 2,6 + 1 \times 2,5 = 5,1$ )

1. [2,6 pontos]

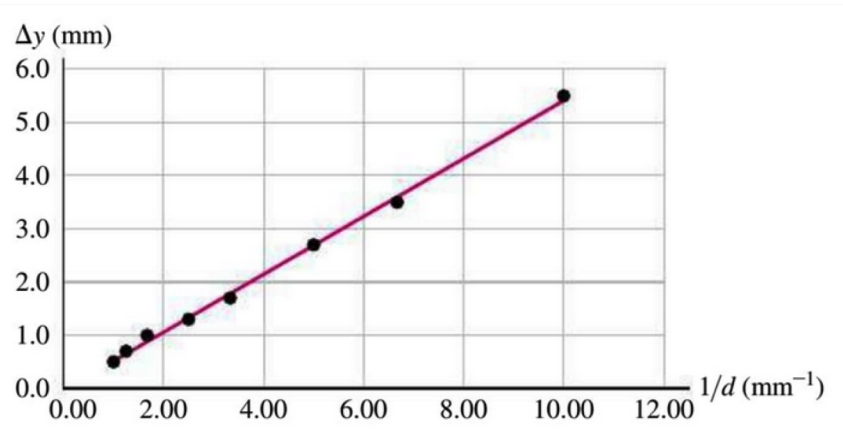
O campo elétrico de uma onda eletromagnética que se propaga no vácuo é dado por  $\vec{E}(x, y, z, t) = (7,0 \text{ V/m}) \cos\left(\frac{\pi}{50 \times 10^{-9} \text{ (m)}}(z + ct)\right)\hat{x}$ . Em função dos dados do enunciado e das constantes fundamentais dadas no formulário, determine:

- (a) [0,4 ponto] A direção e o sentido de propagação da onda eletromagnética.  
 (b) [0,4 ponto] A frequência da onda eletromagnética.  
 (c) [1,0 ponto] O vetor campo magnético  $\vec{B}(x, y, z, t)$  da onda eletromagnética.  
 (d) [0,8 ponto] O vetor de Poynting associado a esta onda eletromagnética.

2. [2,5 pontos]

Em seu trabalho numa empresa de ótica, você é encarregado de determinar o comprimento de onda  $\lambda$  da luz produzida por um laser. Para isso, você passa a luz do laser por duas fendas finas separadas por uma distância  $d$ . Você observa o padrão de interferência num anteparo distante  $0,900$  m das fendas e mede a separação  $\Delta y$  entre franjas claras adjacentes na porção do padrão próxima ao centro do anteparo. Usando um microscópio, você mede também  $d$ . Mas ambos  $\Delta y$  e  $d$  são pequenos e difíceis de medir precisamente, então você repete os experimentos para diferentes pares de fendas, cada um com um diferente valor de  $d$ . Seus resultados são mostrados na figura abaixo, onde você graficou  $\Delta y$

como função de  $1/d$ . A linha no gráfico corresponde à melhor reta que se ajusta aos resultados. Considere aproximação de pequenos ângulos:  $\sin(\theta) \approx \theta$ .



(a) [1,0 ponto] Explique porque os resultados experimentais graficados como na figura podem ser representados por uma reta.

(b) [1,5 pontos] Use a figura para determinar o comprimento de onda  $\lambda$  do laser.



**Seção 1. Questões objetivas ( $7 \times 0,7 = 4,9$  pontos)**

1. (a)

2. (b)

3. (b)

4. (b)

5. (a)

6. (c)

7. (b)

**Seção 2. Questões discursivas ( $1 \times 2,6 + 1 \times 2,5 = 5,1$ )**

1. **Resolução:**

## 2. Resolução:

1. a) O termo  $(z+ct)$  indica que a onda se propaga na direção negativa do eixo  $z$ ,  $-\hat{z}$

$$b) \text{ Como } \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] = \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}z + \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}}t\right]$$

$$\vec{E} = 7 \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}z + \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}}t\right] \hat{x}$$

Como a forma geral da onda é  $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi)$ ,

$$\omega = 2\pi f = \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^{-9}} = 3 \times 10^{15} \text{ Hz.}$$

c)  $\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{k} \times \vec{E}$ , com  $\hat{k} = \hat{z}$  o vetor unitário na direção de propagação da onda.

$$\vec{B} = (-\hat{y}) \frac{7}{c} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right]$$

$$\vec{B} = -3,33 \times 10^{-8} \hat{y} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right]$$

Alternativamente, pode ser justificado que a direção de  $\vec{B}$  é  $(-\hat{y})$  usando-se o fato que a direção de propagação da onda  $(-\hat{z})$  é dada pelo produto vetorial  $\vec{E} \times \vec{B}$  e que  $\vec{E}$  está na direção  $\hat{x}$ .

$$d) \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \left\{ 7 \hat{x} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \times 3,33 \times 10^{-8} (-\hat{y}) \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \right\}$$

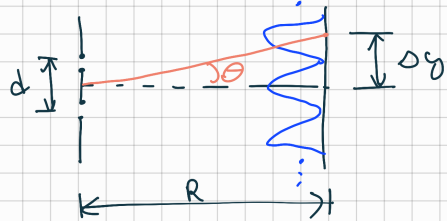
$$\vec{S} = \frac{7 \times 3,33 \times 10^{-8}}{10^{-6}} \cos^2\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] (-\hat{z})$$

$$\vec{S} = -0,16 \cos^2\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \hat{z}$$

(D2)

a)

A separação  $\Delta y$  entre franjas claras num padrão de interferência de duas fendas finas é dado por:



$$d \sin \theta = \lambda$$

$$\sin \theta \approx \frac{\Delta y}{R}, \text{ para}$$

ângulos pequenos, assim:

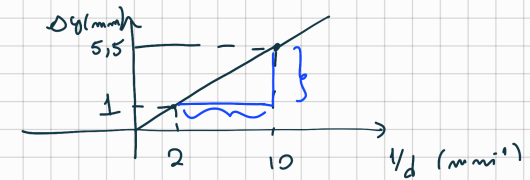
$$d \frac{\Delta y}{R} = \lambda$$

$$\Delta y = (\lambda R) \frac{1}{d}$$

$\Delta y$  como função de  $\frac{1}{d}$  é uma reta, com coeficiente angular dado por  $\lambda R$  e coeficiente linear igual a zero.

b) Pelos dados da reta

$$\Delta y = A \left( \frac{1}{d} \right) + B$$



El coeficiente angular de  
esta si dedo por:

$$A = \frac{(5,5 - 1,0) \text{ mm}}{(10 - 2) \text{ mm}^{-1}}$$

$$A = \frac{4,5}{8} \text{ mm}^2$$

$$A = \lambda R; \quad \lambda = \frac{A}{R}$$

$$\lambda = \frac{4,5}{8} \frac{\text{mm}^2}{0,900 \text{ m}}$$

$$\lambda = \frac{4,5}{8 \times 2,0 \times 10^{-4} \text{ m}} \times (10^{-3} \text{ m})^2 = \frac{1}{16} \times \frac{10^{-6}}{10^{-4}} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{1}{16} \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 16} \\ 040 \phantom{0} \\ \underline{080} \phantom{0} \\ 00 \phantom{0} \end{array}$$

$$\lambda = 90625 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\lambda = 625 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\lambda = 625 \text{ nm}$$



Formulário

**CONSTANTES NUMÉRICAS**

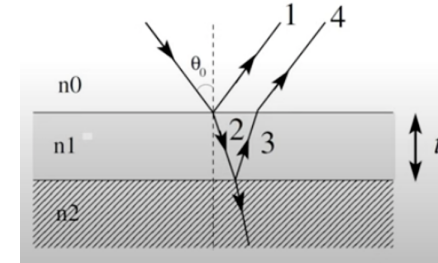
$$\begin{aligned} \mu_0 &= 1 \times 10^{-6} \text{ H/m}; \varepsilon_0 = (1/9) \times 10^{-10} \text{ F/m}; c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}; h = 6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; \\ h &= 3 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}; \hbar = h/(2\pi); hc = 900 \text{ eV} \cdot \text{nm}; e = 2 \times 10^{-19} \text{ C}; 1 \text{ eV} = \\ &= 2 \times 10^{-19} \text{ J}; 1 \text{ J} = 5 \times 10^{18} \text{ eV}; m_p c^2 = 1000 \text{ MeV}; m_e c^2 = 0,5 \text{ MeV}; 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}; \\ &1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}; 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}; 1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}; 1 \text{ GeV} = 10^3 \text{ MeV} = 10^9 \text{ eV}; \\ &\lambda_c = 1,8 \text{ pm}; E_1 = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = -25 \text{ eV}; a_0 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = (9/\pi) \times 10^{-11} \text{ m}; \text{sen}(30^\circ) = 1/2; \\ &\text{sen}(45^\circ) = \sqrt{2}/2; \text{sen}(60^\circ) = \sqrt{3}/2 \end{aligned}$$

**FORMULÁRIO GERAL**

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}; \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \text{div } \mathbf{B} = 0; \text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right); \mathbf{S} = \\ &= \mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0; \mathbf{p} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}; u = \varepsilon_0 E^2/2 + B^2/(2\mu_0); \mathcal{P} = S/c; F = \\ &= \mathcal{P}A; I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \left[ \frac{\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)} \right]^2; \beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \text{sen}(\theta); \phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen}(\theta); \\ &\text{sen}(\theta_m^{(d)}) = m(\lambda/a); \text{sen}(\theta_m^{(d)}) = (m + n/N)(\lambda/d); \text{sen}(\theta_m^{(c)}) = m(\lambda/d); \\ &R = mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}; \theta_R = \frac{1,22\lambda}{D}; \langle \text{sen}^2\theta \rangle = 1/2; \langle \text{cos}^2\theta \rangle = 1/2; . \end{aligned}$$

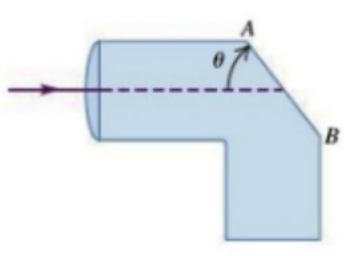
**Seção 1. Questões objetivas (7×0,7 = 4,9 pontos)**

1. A figura abaixo mostra uma camada superior de índice de refração  $n_1 = 1,5$  e espessura  $t$ , depositada sobre uma camada espessa de índice de refração  $n_2 = 3$ . O sistema está imerso em ar ( $n_0 = 1$ ). Luz monocromática com comprimento de onda  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ , incide sobre a camada de espessura  $t$  com um ângulo de incidência  $\theta_0$  pequeno. Qual valor corresponde à mínima espessura  $t$  da camada superior para que ela funcione como uma camada anti-reflexo (mínima reflexão) para este comprimento de onda em incidência normal?



- (a)  $t = 100 \text{ nm}$   
 (b)  $t = 150 \text{ nm}$   
 (c)  $t = 200 \text{ nm}$   
 (d)  $t = 50 \text{ nm}$
2. Podemos modelar razoavelmente bem o bulbo de uma lâmpada incandescente por uma esfera de diâmetro  $d$ . Tipicamente, apenas 5% da energia vai para produção de luz visível, o restante vai para a região não visível do infravermelho. Podemos dizer sobre a amplitude do campo elétrico  $E_0$  de uma onda harmônica com a mesma intensidade da luz visível produzida na superfície do bulbo de uma lâmpada incandescente que:
- (a) É proporcional a  $d$   
 (b) É proporcional a  $d^2$   
 (c) É proporcional a  $1/d$   
 (d) É proporcional a  $1/d^2$   
 (e) Não depende de  $d$

3. Um feixe de luz entra num tubo sólido feito de plástico com índice de refração  $n = 5/3$ . A luz propaga paralelamente à superfície superior do tubo, como mostrado na figura abaixo. Você deseja cortar a face  $AB$  de tal forma que a luz seja totalmente refletida dentro do tubo após o primeiro contato com ela. Qual é o maior valor de  $\theta$  para o tubo colocado em água ( $n_a = 4/3$ )?

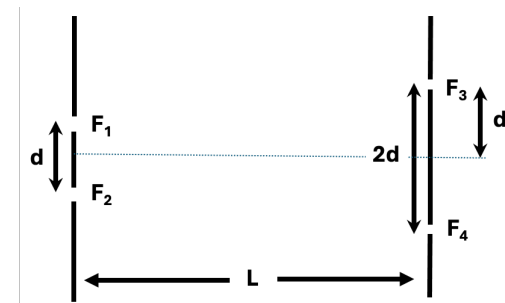


- (a)  $\theta < 30^\circ$   
 (b)  $30^\circ < \theta \leq 45^\circ$   
 (c)  $45^\circ < \theta \leq 60^\circ$   
 (d)  $\theta > 60^\circ$

4. Uma onda eletromagnética harmônica plana possui uma amplitude de campo magnético dada por  $B_0 = 1,0 \mu\text{T}$ , um comprimento de onda  $\lambda = 300 \text{ nm}$  e se propaga no vácuo no sentido positivo de  $x$ . Qual opção corresponde a uma possível expressão para o campo elétrico, considerando que o vetor campo magnético dessa onda está disposto ao longo do eixo  $y$ ?

- (a)  $\vec{E}(x, t) = 1 \text{ V/m } \hat{x} \cos\left(\left(\frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m}\right) x - (2\pi \times 10^{14} \text{ rad/s})t\right)$   
 (b)  $\vec{E}(x, t) = 300 \text{ V/m } \hat{z} \cos\left(\left(\frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m}\right) x - (2\pi \times 10^{15} \text{ rad/s})t\right)$   
 (c)  $\vec{E}(x, t) = 300 \text{ V/m } \hat{z} \cos\left(\left(\frac{2\pi}{300 \times 10^{-9}} \text{ rad/m}\right) x + (2\pi \times 10^{14} \text{ rad/s})t\right)$   
 (d)  $\vec{E}(x, t) = 1 \text{ V/m } \hat{x} \cos\left(\left(\frac{2\pi}{150 \times 10^{-9}} \text{ rad/m}\right) x + (2\pi \times 10^{15} \text{ rad/s})t\right)$

5. Uma fonte de luz coerente e monocromática de comprimento de onda  $\lambda$  é utilizada num experimento cuja montagem está esquematizada na figura abaixo. A distância entre o plano das fendas e o anteparo é  $L$ . Luz incide normalmente sobre o anteparo, que possui duas fendas  $F_1$  e  $F_2$ , com a mesma abertura (desprezível) e separadas por uma distância  $d$ . A distância  $d$  é tal que os primeiros máximos laterais de interferência se localizam sobre as fendas  $F_3$  e  $F_4$  do segundo anteparo. Elas possuem a mesma abertura das fendas do anteparo  $A$ , mas estão separadas por uma distância  $2d$ . Qual opção corresponde à diferença de fase  $\phi$  (em radianos) entre as ondas provenientes de  $F_1$  e  $F_2$  quando atingem as fendas  $F_3$  e  $F_4$  e ao valor da separação  $d$ ?



- (a)  $\phi = 2\pi$  e  $d = \sqrt{\lambda L}$   
 (b)  $\phi = 1,5\pi$  e  $d = \sqrt{2\lambda L}$   
 (c)  $\phi = 2\pi$  e  $d = \sqrt{2\lambda L}$   
 (d)  $\phi = 6\pi$  e  $d = \sqrt{4\lambda L}$   
 (e)  $\phi = 6\pi$  e  $d = \sqrt{\lambda L}$

6. As microondas num forno de microondas tem um comprimento de onda  $\lambda = 10 \text{ cm}$ . Qual deve ser o tamanho  $L$  mínimo do forno para que contenha no padrão de ondas estacionárias cinco planos antinodais do campo elétrico ao longo de seu comprimento?

- (a)  $10 \text{ cm} \leq L < 20 \text{ cm}$   
 (b)  $20 \text{ cm} \leq L < 30 \text{ cm}$   
 (c)  $30 \text{ cm} \leq L < 40 \text{ cm}$   
 (d)  $40 \text{ cm} \leq L < 50 \text{ cm}$   
 (e)  $L \geq 50 \text{ cm}$

7. Considere a luz solar que atravessa a janela de uma casa. Tanto a parte da frente quanto a parte de trás da janela é revestida por películas polarizadoras. A intensidade da radiação solar (não polarizada) que chega na janela é  $I$ . Qual deve ser o ângulo entre os eixos de polarização das películas para que a intensidade da luz solar no interior da casa seja de  $I/4$ ?

- (a)  $0^\circ$
- (b)  $45^\circ$
- (c)  $30^\circ$
- (d)  $60^\circ$
- (e)  $90^\circ$

**Seção 2. Questões discursivas ( $1 \times 2,6 + 1 \times 2,5 = 5,1$ )**

1. [2,6 pontos]

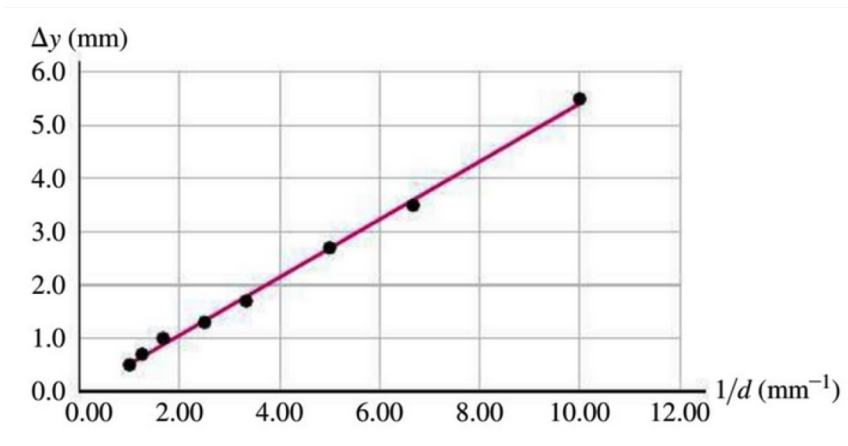
O campo elétrico de uma onda eletromagnética que se propaga no vácuo é dado por  $\vec{E}(x, y, z, t) = (7, 0 \text{V/m}) \cos\left(\frac{\pi}{50 \times 10^{-9} \text{(m)}}(z + ct)\right)\hat{x}$ . Em função dos dados do enunciado e das constantes fundamentais dadas no formulário, determine:

- (a) [0,4 ponto] A direção e o sentido de propagação da onda eletromagnética.
- (b) [0,4 ponto] A frequência da onda eletromagnética.
- (c) [1,0 ponto] O vetor campo magnético  $\vec{B}(x, y, z, t)$  da onda eletromagnética.
- (d) [0,8 ponto] O vetor de Poynting associado a esta onda eletromagnética.

2. [2,5 pontos]

Em seu trabalho numa empresa de ótica, você é encarregado de determinar o comprimento de onda  $\lambda$  da luz produzida por um laser. Para isso, você passa a luz do laser por duas fendas finas separadas por uma distância  $d$ . Você observa o padrão de interferência num anteparo distante 0,900m das fendas e mede a separação  $\Delta y$  entre franjas claras adjacentes na porção do padrão próxima ao centro do anteparo. Usando um microscópio, você mede também  $d$ . Mas ambos  $\Delta y$  e  $d$  são pequenos e difíceis de medir precisamente, então você repete os experimentos para diferentes pares de fendas, cada um com um diferente valor de  $d$ . Seus resultados são mostrados na figura abaixo, onde você graficou  $\Delta y$

como função de  $1/d$ . A linha no gráfico corresponde à melhor reta que se ajusta aos resultados. Considere aproximação de pequenos ângulos:  $\sin(\theta) \approx \theta$ .



(a) [1,0 ponto] Explique porque os resultados experimentais graficados como na figura podem ser representados por uma reta.

(b) [1,5 pontos] Use a figura para determinar o comprimento de onda  $\lambda$  do laser.

**Seção 1. Questões objetivas ( $7 \times 0,7 = 4,9$  pontos)**

1. (a)

2. (c)

3. (b)

4. (b)

5. (a)

6. (b)

7. (b)

**Seção 2. Questões discursivas ( $1 \times 2,6 + 1 \times 2,5 = 5,1$ )**

1. **Resolução:**

■

2. **Resolução:**

■



1. a) O termo  $(z+ct)$  indica que a onda se propaga na direção negativa do eixo  $z$ ,  $-\hat{z}$

b) Como  $\cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] = \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}z + \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}}t\right]$

$$\vec{E} = 7 \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}z + \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}}t\right] \hat{x}$$

Como a forma geral da onda é  $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi)$ ,

$$\omega = 2\pi f = \frac{\pi c}{50 \times 10^{-9}} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^{-9}} = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

c)  $\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{k} \times \vec{E}$ , com  $\hat{k} = \hat{z}$  o vetor unitário na direção de propagação da onda.

$$\vec{B} = (-\hat{y}) \frac{7}{c} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right]$$

$$\vec{B} = -2,33 \times 10^{-8} \hat{y} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right]$$

Alternativamente, pode ser justificado que a direção de  $\vec{B}$  é  $(-\hat{y})$  usando-se o fato que a direção de propagação da onda  $(-\hat{z})$  é dada pelo produto vetorial  $\vec{E} \times \vec{B}$  e que  $\vec{E}$  está na direção  $\hat{x}$ .

d)  $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$

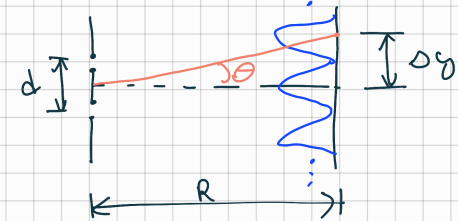
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \left\{ 7 \hat{x} \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \times 2,33 \times 10^{-8} (-\hat{y}) \cos\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \right\}$$

$$\vec{S} = \frac{7 \times 2,33 \times 10^{-8}}{10^{-6}} \cos^2\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] (-\hat{z})$$

$$\vec{S} = -0,16 \cos^2\left[\frac{\pi}{50 \times 10^{-9}}(z+ct)\right] \hat{z}$$

(D2)

a)  
A separação  $\Delta y$  entre franjas claras num padrão de interferência de duas fendas finas é dada por:



$$d \sin \theta = \lambda$$

$$\sin \theta \approx \frac{\Delta y}{R}, \text{ para}$$

ângulos pequenos, assim:

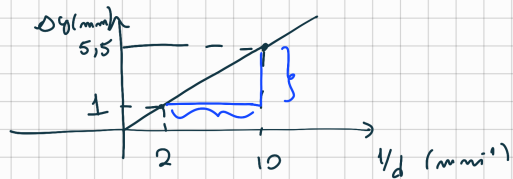
$$d \frac{\Delta y}{\lambda} = \lambda$$

$$\Delta y = (\lambda R) \frac{1}{d}$$

$\Delta y$  como função de  $\frac{1}{d}$  é uma reta, com coeficiente angular dado por  $\lambda R$  e coeficiente linear igual a zero.

b) Pelos dados da reta

$$\Delta y = A \left( \frac{1}{d} \right) + B$$



O coeficiente angular da reta é dado por:

$$A = \frac{(5,5 - 1,0) \text{ mm}}{(10 - 2) \text{ mm}^{-1}}$$

$$A = \frac{4,5}{8} \text{ mm}^2$$

$$A = \lambda R; \quad \lambda = \frac{A}{R}$$

$$\lambda = \frac{4,5}{8} \frac{\text{mm}^2}{0,000 \text{ m}}$$

$$\lambda = \frac{4,5}{8} \times \frac{(10^{-3} \text{ m})^2}{2 \times 10^{-4} \text{ m}} = \frac{1}{16} \times \frac{10^{-6}}{10^4} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{1}{16} \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 16} \\ 040 \phantom{0} \\ \underline{080} \\ 00 \end{array}$$

$$\lambda = 90625 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\lambda = 625 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\lambda = 625 \text{ nm}$$