

## Lista de Exercícios do Capítulo 3 Interferência e Difração

*Professor Carlos Zarro*

- 1) Dois alto-falantes emitindo ondas sonoras idênticas de comprimento de onda igual a 2,0 m em fase uma com a outra e um observador estão posicionados como mostra a figura abaixo. **(a)** No local onde está o observador, qual é a diferença entre os caminhos das ondas provenientes dos dois alto-falantes? **(b)** As ondas sonoras irão interferir construtivamente ou destrutivamente no local onde está o observador? Ou será uma interferência entre construtiva e destrutiva? **(c)** Suponha que o observador agora amplie sua distância dos alto-falantes para 17,0 m, permanecendo diretamente na frente do mesmo alto-falante como inicialmente. Responda às questões das partes **(a)** e **(b)** para essa nova situação.

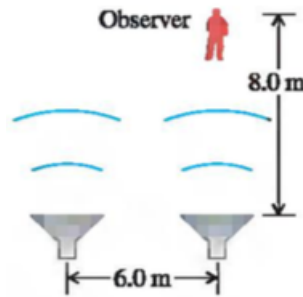


Figura 1: Exercício 1.

- 2) Uma experiência de Young é realizada com a luz emitida por átomos de Hélio excitados ( $\lambda = 502 \text{ nm}$ ). As franjas de interferência são medidas cuidadosamente sobre uma tela situada a uma distância de 1,20 m do plano das fendas, e verifica-se que a distância entre o centro da vigésima franja brilhante (excluindo dessa contagem da franja central brilhante) e a franja central é igual a 10,6 mm. Qual a distância entre as fendas?
- 3) Duas fendas separadas por uma distância de 0,450 mm são colocadas a distância de 75,0 cm de uma tela. Qual a distância entre a segunda franja escura e a terceira franja escura da figura de interferência que se forma sobre a tela quando as fendas são iluminadas por uma luz coerente de comprimento de onda igual a 500 nm?
- 4) Duas fendas estreitas paralelas que estão a 0,116 mm de distância uma da outra são iluminadas por um feixe laser cujo comprimento de onda é 585 nm. **(a)** Em uma tela muito distante, qual é o número total de franjas brilhantes (aquelas que indicam a interferência construtiva completa), inclusive a franja central e aquelas em ambos os lados da franja central? Resolva este exercício sem calcular todos os ângulos! (*Sugestão:* qual é o maior valor que  $\sin \theta$  pode assumir? O que isto indica a respeito de qual é o maior valor possível de  $m$ ?) **(b)** Em que ângulo ocorre a franja brilhante central em relação à direção original do feixe?

- 5) Em uma figura de interferência de fenda dupla, a intensidade no pico de interferência máxima central é  $I_0$ . **(a)** Qual a intensidade em um ponto da figura de interferência em que a diferença de fase entre as duas ondas é  $60,0^\circ$ ? **(b)** Qual é a diferença entre os caminhos de uma luz de  $480 \text{ nm}$  proveniente das duas fendas em um ponto em que o ângulo de fase é  $60,0^\circ$ ?
- 6) Considere uma figura de interferência produzida pelos raios provenientes de uma fenda dupla. Iluminamos as fendas com feixe colimado em uma direção que forma um ângulo  $\alpha$  com a direção da normal ao plano das fendas. Obtenha a condição para os máximos da figura de interferência produzida em um anteparo paralelo ao plano das fendas.
- 7) Em uma experiência da fenda dupla de Young, uma placa de vidro de espessura  $L$  e índice de refração  $n$  é colocada na frente da fenda superior. **(a)** Descreva qualitativamente o que ocorre com a figura de interferência. **(b)** Deduza uma expressão para a intensidade da luz sobre um ponto da tela em função de  $n$ ,  $L$  e  $\theta$ . O ângulo  $\theta$  é o ângulo usual medido a partir do eixo central entre as duas fendas. **(c)** Partindo do resultado obtido na alínea **(b)**, deduza uma expressão para os ângulos  $\theta$  que localizem os máximos da figura de interferência.
- 8) No experimento de Young, com a luz incidindo perpendicularmente sobre o anteparo onde estão dois orifícios, coloca-se uma lâmina delgada transparente de faces paralelas e índice de refração  $n$  sobre um dos orifícios. Isso produz um deslocamento de  $m$  franjas na figura de interferência (a franja central brilhante desloca-se para a posição que era ocupada pela franja brilhante de ordem  $m$ ). O comprimento de onda da luz é  $\lambda$ . Qual a espessura  $d$  da lâmina?
- 9) No experimento do *espelho de Lloyd*, observa-se num anteparo  $\mathcal{O}$  a interferência entre a luz que vai diretamente de uma fonte puntiforme  $F$  para um ponto  $P$  do anteparo  $\mathcal{O}$  e a luz que vai de  $F$  para  $P$  refletindo-se numa placa de vidro  $E$  (cf. figura). A distância de  $F$  ao plano da placa é  $d$  e a distância de  $F$  a  $\mathcal{O}$  é  $D \gg d$ . Observa-se que a primeira franja brilhante (máximo) de interferência no ponto  $P$  a uma distância  $y$  do plano da placa, usando luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda$ . Calcule  $y$  em função de  $\lambda$ ,  $d$  e  $D$ . *Sugestão:* considere a imagem especular de  $F$  e a defasagem na reflexão.

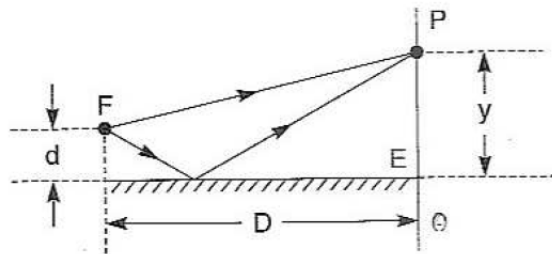


Figura 2: Exercício 9.

- 10) Considere o experimento de Young com um feixe incidente 1 perpendicular ao anteparo  $\mathcal{A}$  e um ponto  $P$  na direção  $\theta$  do anteparo de observação  $\mathcal{O}$ , onde a interferência é *construtiva*. Se agora acrescentarmos outro feixe incidente 2, que forma um ângulo  $\Delta\theta$  com o feixe 1, e se

formos aumentando  $\Delta\theta$ , chegaremos a uma situação onde a interferência em  $P$  é *destrutiva* para o feixe 2, ou seja, os mínimos de 2 caem sobre os máximos de 1 e, se os dois feixes têm a mesma intensidade (e frequência), as franjas de interferência desaparecem. Mostre que isso acontece para  $\Delta\theta = \frac{\lambda}{2d}$ , onde  $d$  é a separação das aberturas. Isso permite medir  $\Delta\theta$ .

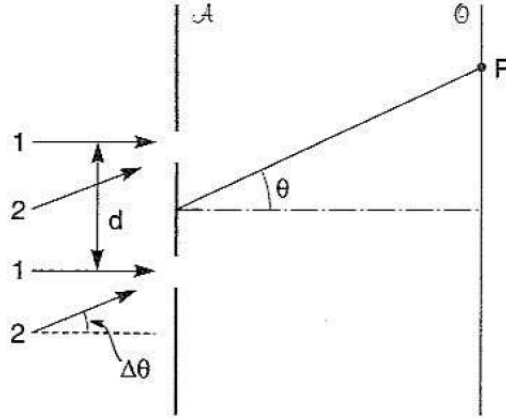


Figura 3: Exercício 9.

- 11) Suponha que uma película de óleo esteja sobre uma superfície cujo índice de refração seja maior do que o índice de refração do óleo (como vidro, asfalto etc.). Determine as condições de interferência construtiva e destrutiva quando a película é iluminada por um feixe de luz monocromática que incide em uma direção quase ortogonal à superfície da película.
- 12) Considere uma bolha de sabão no ar. Seja  $t$  a espessura da película. A bolha é iluminada por um feixe de luz monocromática que incide ortogonalmente à sua superfície. Determine os máximos e mínimos de interferência da luz refletida.
- 13) Um película de um certo óleo (com índice de refração igual a 1,28) é depositada sobre uma lâmina de vidro ( $n = 1,50$ ). Faz-se incidir luz branca em um direção perpendicular à película. Nota-se que ocorre uma interferência construtiva para a luz de comprimento de onda de 6.000 Å no primeiro máximo (máximo mais intenso). Calcule o valor aproximado da espessura da película.
- 14) Uma placa de vidro ( $n = 1,50$ ) está recoberta com uma película de  $\text{MgF}_2$  ( $n_1 = 1,38$ ). Uma camada fina de uma substância transparente pode servir para eliminar reflexões indesejáveis em lentes. Dizemos que o vidro recoberto com esta película torna-se um vidro *não-refletor*. Escreva a condição para que ocorra interferência destrutiva (que é usada para eliminar uma ou mais cores da luz branca).
- 15) Qual deve ser a espessura da película mais fina com  $n = 1,42$  que devemos usar como revestimento sobre uma placa de vidro ( $n = 1,52$ ) para que ocorra uma interferência destrutiva

da componente vermelha (650 nm) na reflexão da luz branca que incide no ar sobre a placa?

- 16) Duas placas de vidro estão apoiadas uma sobre a outra sobre a superfície de uma mesa. Uma fina folha de papel é colocada entre as extremidades das placas de modo que se forma uma cunha de ar entre as placas. As placas são iluminadas perpendicularmente por um feixe de luz de 546 nm proveniente de uma lâmpada de vapor de mercúrio. Formam-se 15 franjas de interferência por cm. Calcule o ângulo da cunha.
- 17) Uma película de plástico com índice de refração igual a 1,85 é colocada nos vidros das janelas de um carro para aumentar a refletividade e manter o interior do carro mais frio. O índice de refração do vidro da janela é 1,52. **(a)** Qual a espessura mínima da película necessária para que a luz de comprimento de onda 550 nm, ao se refletir em ambas as superfícies da película, produza interferência construtiva? **(b)** Verifica-se que é difícil fabricar e instalar uma película com espessura calculada na alínea **(a)**. Qual deve ser a espessura mais grossa seguinte para que se produza nova interferência construtiva?
- 18) **Aparelho de CD.** Um disco compacto (CD) é lido a partir do fim por um laser semiconductor de comprimento de onda igual a 790,0 nm, que passa por um substrato de plástico com índice de refração igual a 1,8. Quando um feixe encontra um sulco, parte do feixe é refletida pelo sulco e parte pela região plana entre os sulcos, de forma que os feixes interferem um no outro (cf. figura). Qual deve ser a profundidade mínima do sulco para que a parte do feixe refletida por um sulco cancele a parte do feixe refletida na região plana? É este processo de cancelamento que permite o aparelho de reconhecer o início e o fim de um sulco.
- 19) Considere uma experiência de interferência com duas fendas de larguras diferentes. Fazendo-se medidas em uma tela muito afastada, a amplitude proveniente da primeira fenda é  $E$  e a amplitude proveniente da segunda fenda é igual a  $2E$ . Mostre que a intensidade em qualquer ponto da figura de interferência é dada por

$$I = I_0 \left( \frac{5}{9} + \frac{4}{9} \cos \phi \right),$$

onde  $\phi$  é a diferença de fase entre as duas ondas medidas em um ponto particular da tela e  $I_0$  é a intensidade máxima da figura de interferência.

- 20) Suponha que a distribuição de intensidade em uma experiência de interferência com duas fendas seja dada por:

$$I = I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right).$$

Seja  $\theta_m$  a posição angular da franja brilhante de ordem  $m$  em que a intensidade é  $I_0$ . Suponha que  $\theta_m$  seja pequeno, de modo que  $\sin \theta_m \approx \theta_m$ . Sejam  $\theta_m^+$  e  $\theta_m^-$  os dois ângulos de cada lado para os quais a intensidade da franja é  $I = \frac{I_0}{2}$ . A grandeza  $\Delta\theta_m = |\theta_m^+ - \theta_m^-|$  é a *semi-largura* da franja de ordem  $m$ . Calcule  $\Delta\theta_m$ . Como  $\Delta\theta_m$  depende de  $m$ ?

- 21) Considere o experimento dos anéis de Newton. Uma lente plano-convexa de raio de curvatura  $R$  é colocada em contacto com uma placa plana de vidro e iluminada na incidência perpendicular (cf. figura). **(a)** Calcule a relação entre as distâncias  $\rho$  e  $h$  da figura na vizinhança do ponto de contacto  $O$  ( $h \ll R$ ). **(b)** Calcule o raio  $\rho_m$  do  $m$ -ésimo anel escuro, visto na luz refletida, com luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda$ .

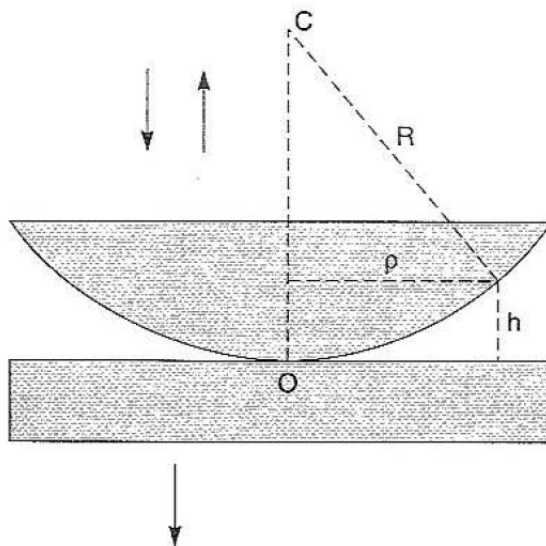


Figura 4: Exercício 21.

- 22) Considere as seguintes ondas:  $E_1 = 5\text{sen}(kx - \omega t)$  e  $E_2 = 5\text{sen}(kx - \omega t + 120^\circ)$ . Calcule: **(a)** a amplitude da onda resultante; **(b)** a diferença de fase entre a onda resultante e a onda  $E_1$ .
- 23) Determine a resultante de duas ondas cujos campos elétricos em uma dada posição variam com o tempo como se segue:  $\vec{E}_1 = 2A_0\text{sen}(\omega t)\hat{x}$  e  $\vec{E}_2 = 3A_0\text{sen}\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)\hat{x}$ .
- 24) Luz monocromática incide em uma lâmina que tem quatro fendas longas, estreitas, igualmente espaçadas por um distância  $d$ . **(a)** Mostre que as posições dos mínimos de interferência em um anteparo a uma grande distância  $L$  da lâmina com as fendas (com  $d \ll \lambda$ ) são dadas aproximadamente por  $y_m = \frac{mL\lambda}{4d}$ , onde  $m = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, \dots$ , isto é,  $m$  não é múltiplo de 4. **(b)** Para um anteparo a uma distância de 2,00 m, luz de comprimento de onda de 600 nm e um espaçamento entre fontes de 0,100 mm, calcule a largura do máximo principal de

interferência (a distância entre dois mínimos sucessivos). Compare com a largura de duas fontes com o mesmo espaçamento.

- 25) Três fendas, cada uma separada da fenda ao lado por  $60,0 \mu\text{m}$ , são iluminadas no máximo central de intensidade por uma fonte de luz coerente com comprimento de onda igual a  $550 \text{ nm}$ . As fendas são extremamente estreitas. Um anteparo é colocado a  $2,50 \text{ m}$  das fendas. A intensidade é  $50,0 \text{ mW/m}^2$ . Considere a posição que está a  $1,72 \text{ cm}$  do máximo central. (a) Desenhe um diagrama de fasores adequado para a adição de três ondas harmônicas naquela posição. (b) Do diagrama de fasores, calcule a intensidade da luz naquela posição.
- 26) Considere a função  $\frac{\sin^2 X}{X^2}$  (figura de difração por uma fenda). Mostre que os máximos secundários são raízes da equação  $\tan X = X$ .
- 27) Interprete geometricamente, em termos da representação dos números complexos por vetores no plano complexo (fasores), a condição para que se tenha o primeiro zero, após um máximo principal, do fator de interferência

$$F = 1 + e^{-i\Delta} + (e^{-i\Delta})^2 + \dots + (e^{-i\Delta})^{N-1}.$$

- 28) Uma luz monocromática proveniente de uma fenda distante incide sobre uma fenda com largura igual a  $0,750 \text{ mm}$ . Sobre a tela, a uma distância de  $2,0 \text{ m}$  da fenda, verifica-se que a distância entre o primeiro mínimo e o máximo central da figura de difração é igual a  $1,35 \text{ mm}$ . Calcule o comprimento de onda da luz.
- 29) Uma luz de comprimento de onda igual a  $585 \text{ nm}$  incide sobre uma fenda com  $0,0666 \text{ mm}$  de largura. (a) Sobre uma tela grande e distante, qual o *total* de franjas escuras (indicando o cancelamento completo) que serão formadas incluindo ambos os lados da faixa brilhante central? Resolva este exercício sem calcular todos os ângulos! (*Sugestão*: qual é o maior valor que  $\sin \theta$  pode assumir? O que isto indica a respeito de qual é o maior valor possível de  $m$ ?) (b) Em que ângulo a franja escura mais distante da franja brilhante central aparecerá?
- 30) Uma fenda com largura igual a  $0,240 \text{ mm}$  é iluminada por um feixe de raios paralelos de comprimento de onda igual a  $540 \text{ nm}$ . A figura de difração é observada sobre uma tela a distância de  $3,0 \text{ m}$  da fenda. A intensidade do máximo central ( $\theta = 0^\circ$ ) é igual a  $6,0 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$ . (a) Qual é a distância sobre a tela entre o centro do máximo central e o primeiro mínimo? (b) Qual é a intensidade em um ponto situado no centro do segmento que une o máximo central com o primeiro mínimo?
- 31) Uma figura de difração de fenda única se forma quando uma radiação eletromagnética monocromática proveniente de uma fonte distante passa por uma fenda com largura de  $0,105$

mm. Em um ponto da tela que forma um ângulo de  $3,25^\circ$  a partir do máximo central, a diferença de fase total entre as ondas secundárias provenientes do topo e da base da fenda é  $56,0$  rad. **(a)** Qual é o comprimento de onda desta radiação? **(b)** Qual é a intensidade neste ponto quando a intensidade do máximo central vale  $I_0$ ?

- 32) Difração e interferência combinadas.** Considere a figura de interferência produzida por duas fendas paralelas de largura  $a$  e distância  $d$ , em que  $d = 3a$ . As fendas são iluminadas por uma luz que incide normalmente com comprimento de onda  $\lambda$ . **(a)** Primeiramente desprezaremos os efeitos da difração devidos a largura da fenda. Em que ângulos  $\theta$  formados com o máximo central ocorrerão os próximos quatro máximos de interferência de fenda dupla? Sua resposta deverá ser dada em termos de  $d$  e  $\lambda$ . **(b)** Agora incluamos os efeitos da difração. Se a intensidade em  $\theta = 0$  é  $I_0$ , qual a intensidade de cada um dos ângulos da alínea **(a)**? **(c)** Quais os máximos da interferência de fenda dupla que estão ausentes na figura?
- 33) Número de franjas no máximo de difração.** É fácil mostrar que no caso em que a distância  $b$  entre as fendas de largura  $a$  vale  $b = 4a$ , que o máximo central de difração contém exatamente *sete* franjas de interferência. Qual deve ser a razão  $b/a$  para que o máximo central de difração contenha exatamente cinco franjas?
- 34)** Uma figura de interferência é produzida por uma luz de comprimento de onda igual a  $580$  nm proveniente de uma fonte distante incidindo sobre duas fendas paralelas separadas por uma distância (entre seus centros) igual a  $0,530$  mm. **(a)** Se as fendas forem muito estreitas, qual deverá ser a posição do máximo de primeira ordem e do máximo de segunda ordem na experiência da fenda dupla. **(b)** Suponha que a largura de cada fenda seja igual a  $0,320$  mm. Em termos da intensidade  $I_0$  no centro do máximo central, qual é a intensidade em cada uma das posições angulares indicadas na alínea **(a)**?
- 35)** Uma figura de interferência é produzida por quatro fendas paralelas igualmente espaçadas. Desenhe um diagrama de fasores apropriado e mostre que existe um mínimo de interferência quando a diferença de fase  $\phi$  entre duas fendas adjacentes é *(i)*  $\phi = \frac{\pi}{2}$ , *(ii)*  $\phi = \pi$  e *(iii)*  $\phi = \frac{3\pi}{2}$ . Em cada caso, em que pares de fendas ocorre interferência destrutiva total?
- 36)** Uma luz laser de comprimento de onda  $500,0$  nm ilumina duas fendas idênticas, produzindo uma figura de interferência sobre uma tela a  $90,0$  cm das fendas. As faixas brilhantes estão a  $1,0$  cm uma das outra, e as terceiras faixas brilhantes de cada máximo central estão ausentes na figura. Encontre a largura de cada fenda e a distância entre as duas fendas.
- 37)** Por causa das manchas produzidas pela distorção atmosférica a resolução máxima que pode ser obtida por um telescópio óptico na superfície da Terra é de  $0,3$  segundos de arco (cada grau contém  $60$  minutos e cada minuto contém  $60$  segundos de arco). Usando o critério de

Rayleigh, calcule o diâmetro de um telescópio óptico na superfície terrestre que fornece esta resolução para uma luz de comprimento de onda igual a 550 nm.

- 38) A distância entre dois satélites a uma altitude de 1.200 km é 28 km. Se eles enviam microondas de 3,6 cm, qual é o diâmetro necessário (pelo critério de Rayleigh) para que uma antena em forma de prato seja capaz de resolver as duas ondas transmitidas por eles?
- 39) Uma luz monocromática de comprimento de onda igual a 620 nm passa por um orifício circular com diâmetro de  $7,9 \mu\text{m}$ . A figura de difração é observada por uma tela situada a uma distância de 4,5 m do orifício. Qual é o diâmetro do disco de Airy sobre a tela?

## Respostas

- 1) (a) 2,0 m. (b) Construtiva. (c) 1,0 m; destrutivamente.
- 2) 1,14 mm.
- 3) 0,83 mm.
- 4) (a)  $m = 19,39$  franjas brilhantes. (b)  $m = \pm 19$ ,  $\theta = \pm 73,3^\circ$ .
- 5) (a)  $0,750I_0$ . (b) 80 nm.
- 6)  $d \sin \beta + d \sin \alpha = m\lambda$ .
- 7) (a) A figura desloca-se para baixo na tela. (b)  $I = I_0 \cos \left[ \frac{\pi}{\lambda} (d \sin \theta + (n-1)L) \right]$ . (c)  $d \sin \theta = m\lambda - (n-1)L$ .
- 8)  $d = \frac{m\lambda}{(n-1)}$ .
- 9)  $y = \frac{\lambda D}{4d}$ .
- 11) A condição para os *máximos* é dada por  $2tn = m\lambda$  e a condição para interferência destrutiva é dada por  $2tn = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ .
- 12) Os máximos são dados por  $2tn = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$  e os mínimos são dados por  $2tn = m\lambda$ .
- 13)  $t = 2.344 \text{ \AA}$ .
- 14)  $2tn = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ .
- 15) 114 nm.
- 16)  $0,0235^\circ$ .



17) (a) 74,32 nm. (b) 229,73 nm.

18) 0,11  $\mu\text{m}$ .

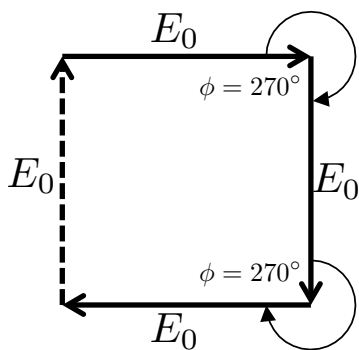
20)  $\Delta\theta_m = \frac{\lambda}{2d}$ .  $\Delta\theta_m$  não depende de  $m$ .

21) (a)  $h \approx \frac{\rho^2}{2R}$ . (b)  $\rho_m = \sqrt{m\lambda R}$ .

22) (a)  $E_R = 5$ . (b)  $60^\circ$ .

23)  $\vec{E} = 3,6A_0\text{sen}(\omega t - 0,96 \text{ rad})\hat{x}$ .

24) (b) 6,00 mm. A largura para quatro fontes é a metade da largura para duas fontes.



25) (a) (b) 5,56 mW/m<sup>2</sup>.

28) 506 nm.

29)  $m_{\text{máx}} = 113$  com 226 franjas escuras.

30) (a) 6,75 mm. (b)  $2,43 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$ .

31) (a) 668 nm. (b)  $9,36 \times 10^{-5} I_0$ .

32) (a)  $\text{sen } \theta_m = \left(\frac{m\lambda}{d}\right)$ ,  $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ . Os quatro primeiros máximos de interferência possuem as seguintes posições angulares:  $\theta_1 = \text{arcsen}\left(\frac{\lambda}{d}\right)$ ,  $\theta_2 = \text{arcsen}\left(\frac{2\lambda}{d}\right)$ ,  $\theta_3 = \text{arcsen}\left(\frac{3\lambda}{d}\right)$ ,  $\theta_4 = \text{arcsen}\left(\frac{4\lambda}{d}\right)$ . (b)  $I_m = I_0 \frac{\text{sen}^2\left(\frac{m\pi}{3}\right)}{\left(\frac{m\pi}{3}\right)^2}$ .  $I_1 = \frac{27}{4\pi^2} I_0$ ,  $I_2 = \frac{27}{16\pi^2} I_0$ ,  $I_3 = 0$  e  $I_4 = \frac{27}{64\pi^2} I_0$ . (c) São os máximos de interferência que caem sobre os mínimos da difração,  $m = \pm 3n$ , onde  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

33) 3.

34) (a)  $\pm 0,0627^\circ$ . (b)  $0,249 I_0$  e  $0,0256 I_0$ .

35) Casos (i) e (iii): fendas 1 e 3 e fendas 2 e 4; caso (ii): fendas 1 e 2 e fendas 3 e 4.

36)  $a = 1,50 \times 10^4 \text{ nm}$  de largura;  $b = 4,50 \times 10^4 \text{ nm}$  de distância.

**37)** 0,461 m.

**38)** 1,9 m.

**39)** 92 cm.