



Lista de Exercícios do Capítulo 4 Introdução à Relatividade Restrita

Professor Carlos Zarro

- 1) Verdadeiro ou falso:
 - (a) A velocidade da luz é a mesma em todos os referenciais inerciais.
 - (b) O intervalo de tempo entre dois eventos nunca é menor do que o intervalo de tempo próprio entre dois eventos.
 - (c) O movimento absoluto pode ser usado usando a contração do comprimento.
 - (d) Um ano-luz é uma unidade de distância.
 - (e) Eventos simultâneos devem ocorrer no mesmo lugar.
 - (f) Se dois eventos não são simultâneos num dado referencial, eles não podem ser simultâneos em nenhum outro.
 - (g) A massa de um sistema que consiste de duas partículas fortemente unidas por forças atrativas é menor que a soma das massas das partículas individuais quando separadas.
- 2) No acelerador linear de partículas de Stanford, pequenos feixes de elétrons e pósitrons são disparados uns contra os outros. No referencial do laboratório, cada feixe tem aproximadamente 1,0 cm de comprimento e $1,0 \mu\text{m}$ de diâmetro. Na região de colisão cada partícula tem energia 50 GeV, e os elétrons e pósitrons se movem em direções opostas. (a) Qual é o comprimento e qual é o diâmetro de cada feixe no seu referencial próprio? (b) Qual deve ser o comprimento mínimo do acelerador para um feixe estar com ambas as extremidades simultaneamente dentro do acelerador e no seu referencial próprio. (O comprimento próprio do observador é menor do que 1000 m.) (c) Qual é o comprimento do feixe de pósitrons no referencial que se desloca com o feixe de elétrons?
- 3) Com que velocidade um foguete deve-se deslocar em relação à Terra para que o tempo “se retarde” até a metade de sua taxa em referência a observadores situados na Terra? Os aviões a jato chegam perto desta velocidade?
- 4) Um pión negativo (π^-) é uma partícula instável que possui vida média aproximadamente igual a $2,60 \times 10^{-8}$ s (medida no referencial do pión). (a) Quando o pión se desloca com velocidade muito grande em relação ao laboratório é de $4,20 \times 10^{-7}$ s. Calcula a velocidade do pión como uma fração de c . (b) Qual é a distância que o pión percorre no laboratório durante sua vida média?

- 5) Uma nave se afasta da Terra com velocidade de $4,80 \times 10^6$ m/s em relação à Terra e a seguir volta com a mesma velocidade. A espaçonave transporta um relógio atômico que foi cuidadosamente sincronizado com outro relógio idêntico que ficou na Terra. A espaçonave retorna ao seu ponto de partida 365 dias (um ano) mais tarde conforme medido pelo relógio que ficou na Terra. **(a)** Qual é a diferença entre os intervalos de tempo, em horas, medidos pelos dois relógios? **(b)** Qual dos dois relógios (o que ficou na Terra ou o da espaçonave) indica o menor intervalo de tempo?
- 6) Uma nave da Federação do Comércio passa sobre o planeta Coruscant com uma velocidade de $0,600c$. Um cientista na superfície de Coruscant mede o comprimento desta espaçonave e encontra um valor igual a 74,0 m. A seguir, a espaçonave pousa na superfície de Coruscant e o cientista repete a medida do seu comprimento. Qual é o valor encontrado?
- 7) **Por que somos bombardeados por múons?** Múons são partículas subatômicas instáveis que sofrem decaimento e se transformam em elétrons com vida média de $2 \mu\text{s}$. Eles são gerados quando raios cósmicos bombardeiam as camadas superiores da atmosfera, a cerca de 10 km da superfície da Terra, e deslocam-se a velocidades muito próximas à da luz. O problema que queremos discutir é por que vemos múons na superfície da Terra. **(a)** Qual é a maior distância que um múon poderia percorrer durante sua vida média de $2,2 \mu\text{s}$? **(b)** De acordo com sua respostas à alínea **(a)**, seria de se imaginar que os múons nunca chegassem a superfície da Terra. Mas a vida média de $2,2 \mu\text{s}$ é medida no referencial do múon, e os múons movem-se muito rápido. A uma velocidade de $0,999c$, qual é a vida média do múon em relação a um observador em repouso na Terra? Que distância o múon percorre neste intervalo de tempo? Esse resultado explica por que vemos múons em raios cósmicos? **(c)** Do ponto de vista do múon, ele continua vivendo apenas durante $2,2 \mu\text{s}$, então como ele alcança o solo? Qual é a distância entre o solo de as camadas exteriores da atmosfera medidas no referencial do múon?
- 8) Em relação a um observador na Terra, a pista de lançamento de uma espaçonave possui comprimento de 3600 m. **(a)** Qual é o comprimento da pista medida pelo piloto de uma espaçonave que se desloca com velocidade igual a $4,0 \times 10^7$ m/s em relação à Terra? **(b)** Um observador em repouso na Terra mede o intervalo de tempo desde o momento em que a espaçonave está diretamente sobre o início da pista até o instante de tempo em que a espaçonave está diretamente sobre o final da pista. Que resultado ele obtém? **(c)** O piloto da espaçonave mede o intervalo de tempo desde o momento em que a espaçonave passa diretamente sobre o início da pista até o instante em que ela passa diretamente sobre o final da pista. Que resultado ele obtém?
- 9) Um observador no referencial \mathcal{S}' move-se da esquerda para a direita (sentido x positivo) com $u = 0,600c$, afastando-se de um observador no referencial \mathcal{S} . O observador no referencial \mathcal{S}'

mede a velocidade v' de uma partícula que se afasta dela da esquerda para a direita. Qual a velocidade v que o observador no referencial \mathcal{S} mede para a partícula quando **(a)** $v' = 0,4c$; **(b)** $v' = 0,9c$ e **(c)** $v' = 0,99c$?

- 10) Uma nave do planeta Tatooine está tentando alcançar um cruzador da Federação do Comércio. Em relação a um observador em Tatooine, o cruzador está afastando-se do planeta com uma velocidade de $0,6c$. A nave está se deslocando com uma velocidade de $0,8c$ em relação a Tatooine, no mesmo sentido que o cruzador. **(a)** Para a nave alcançar o cruzador, a velocidade do cruzador em relação a ela deve ser positiva ou negativa? **(b)** Qual é a velocidade do cruzador em relação à nave?
- 11) Duas partículas são produzidas por um acelerador de partículas de alta energia e afastam-se em sentidos opostos. A velocidade de uma das partículas, medida no laboratório, é igual a $0,65c$, e a velocidade relativa entre as duas é de $0,905c$. Qual é a velocidade da outra partícula, medida no laboratório?
- 12) Uma partícula tem a sua velocidade medida no referencial \mathcal{S}' , que se move com velocidade $\vec{V} = V\hat{x}$ em relação ao referencial \mathcal{S} . Seu valor é $\vec{v}' = v'_x\hat{x}' + v'_y\hat{y}'$. Qual é a velocidade da partícula, \vec{v} , medida em \mathcal{S} ?
- 13) Em uma experiência, duas partículas provenientes de um acelerador de partículas de alta energia se aproximam uma da outra em sentidos opostos com uma velocidade relativa de $0,89c$. Ambas as partículas se deslocam à mesma velocidade em relação ao laboratório. Qual é a velocidade de cada partícula, medida no laboratório?
- 14) Uma espaçonave da Armada Imperial se desloca com velocidade elevada em relação ao planeta Arrakis e dispara um foguete na direção do planeta com uma velocidade de $0,920c$ em relação à espaçonave. Um observador na superfície de Arrakis verifica que o foguete está se aproximando com velocidade de $0,360c$. **(a)** Qual é a velocidade da espaçonave em relação ao planeta Arrakis? **(b)** A espaçonave está se afastando ou aproximando de Arrakis?
- 15) Visto do referencial inercial \mathcal{S} um evento ocorre num ponto **A** no eixo x e 10^{-6} s depois de um evento que ocorreu no ponto **B**, também no eixo x , à direita de **A**. **A** e **B** estão a distância de 600 m conforme visto por \mathcal{S} . **(a)** Existe outro referencial \mathcal{S}' , movendo-se com velocidade menor do que c paralela ao eixo x , no qual estes dois eventos apareçam ser simultâneos quando vistos por \mathcal{S}' ? **(b)** Qual é a magnitude e direção da velocidade de \mathcal{S}' com respeito a \mathcal{S} ? **(c)** Qual é a separação espacial entre os eventos **A** e **B** de acordo com \mathcal{S}' ?
- 16) Qual é o intervalo de tempo próprio entre dois eventos: **(a)** se em algum referencial inercial os eventos são separados de 10^9 m e 5 s? **(b)** se em algum referencial inercial os eventos são separados de $7,5 \times 10^8$ m e 2,5 s? **(c)** se em algum referencial inercial os eventos são separados de 5×10^8 m e 1,5 s?

- 17) Um evento ocorre em $x' = 60$ m, $t' = 8 \times 10^{-8}$ s no referencial \mathcal{S}' ($y' = 0$, $z' = 0$). O referencial \mathcal{S}' tem velocidade $\frac{3c}{5}$ ao longo da direção x com respeito ao referencial \mathcal{S} . As origens de \mathcal{S} e \mathcal{S}' coincidem em $t = 0$ e $t' = 0$. Quais são as coordenadas espaço-temporais do evento em \mathcal{S} ?
- 18) Um *flash* de luz é emitida na posição x_1 no eixo x e é absorvido na posição $x_2 = x_1 + l$. No referencial que se move com velocidade v ao longo do eixo x : **(a)** Qual é a separação espacial l' entre os pontos de emissão e absorção da luz? **(b)** Quanto tempo se passa entre a emissão e absorção da luz.
- 19) Uma partícula com massa m move-se ao longo de uma linha reta sob ação de uma força F dirigida ao longo da mesma reta. Calcule a derivada da equação

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

para mostrar que a aceleração é dada por

$$a = \frac{F}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}.$$

- 20) Para que valor da velocidade o momento linear relativístico é o dobro da expressão não-relativística mv ? Expresse sua resposta em termos da velocidade da luz. **(b)** Uma força é aplicada a uma partícula ao longo da mesma direção de seu movimento. Para qual velocidade a força necessária para produzir uma determinada aceleração é duas vezes maior do que quando a partícula está em repouso? Expresse sua resposta em termos da velocidade da luz.
- 21) Qual é a velocidade de uma partícula cuja energia cinética é **(a)** igual a sua energia de repouso? **(b)** cinco vezes maior do que o valor da energia de repouso?
- 22) Um próton (massa de repouso $1,6 \times 10^{-27}$ kg) apresenta uma energia total que é quatro vezes a sua energia de repouso. Qual é **(a)** a energia cinética do próton; **(b)** o módulo do momento linear do próton; **(c)** a velocidade do próton?
- 23) Uma partícula possui massa de repouso de $6,67 \times 10^{-27}$ kg e momento linear igual a $2,1 \times 10^{18}$ Ns. **(a)** Qual é a energia total (energia de repouso mais a energia cinética) dessa partícula? **(b)** Qual é a energia cinética dessa partícula? **(c)** Qual é a razão entre a energia cinética e a energia de repouso desta partícula?
- 24) Calcule a energia cinética do próton (massa de repouso de $1,67 \times 10^{-27}$ kg) usando a expressão relativística e também a expressão não-relativística e calcule a razão entre os dois resultados

(relativística dividida pela não relativística) para as velocidades **(a)** $8,0 \times 10^7$ m/s e **(b)** $2,85 \times 10^8$ m/s.

- 25)** A que diferença de potencial um elétron precisa ser acelerado, a partir do repouso, para alcançar uma velocidade de $0,98c$? **(b)** Qual é a energia cinética do elétron nesta velocidade? Expresse a sua resposta em Joules e elétrons-volt.
- 26)** Calcule a velocidade de uma partícula cuja energia cinética relativística seja 50% maior do que o valor Newtoniano na mesma velocidade.
- 27)** Suponha que num dado referencial tenhamos um fóton de energia 200 MeV a mover-se na direção x e um fóton de 100 MeV na direção y . **(a)** Qual é a energia total do sistema? **(b)** Qual é o módulo do momento linear total do sistema? Se uma partícula tem a mesma energia total e momento linear do sistema: **(c)** Qual será a sua massa? **(d)** Qual será a sua direção de propagação **(e)** Qual sera sua velocidade?
- 28)** Uma partícula é observada em um certo referencial tem energia de 5 GeV e momento linear de 3 GeV/c. **(a)** Qual é energia da partícula no referencial no qual esta partícula possui momento de 4 GeV/c? **(b)** Qual é a massa de repouso desta partícula em unidades de massa atômica? **(c)** Qual a velocidade relativa destes dois referenciais?
- 29)** Uma partícula de massa de repouso m_0 e energia cinética $2m_0c^2$ choca-se com uma partícula inicialmente em repouso, de massa de repouso $2m_0$. Após a colisão elas formam uma única partícula. Qual é a massa de repouso M_0 da partícula resultante?
- 30)** **(a)** Um fóton de energia E colide com uma partícula em repouso, cuja massa de repouso é m_0 e é absorvida. Qual é a velocidade da partícula resultante? **(b)** Uma partícula de massa de repouso m_0 move-se com velocidade $\frac{4c}{5}$ colide com uma partícula similar em repouso e forma uma partícula composta. Qual é a massa de repouso desta partícula composta e qual a sua velocidade?
- 31)** Uma partícula de massa de repouso M_0 está em repouso em relação ao laboratório quando decai em três partículas idênticas de massa de repouso m_0 . A partícula 1 sai com velocidade $\frac{4c}{5}$ na direção negativa do eixo x , a partícula 2 emerge na direção negativa do eixo y com velocidade $\frac{3c}{5}$, a partícula 3 sai com velocidade formando um ângulo θ com o eixo x . **(a)** Calcule o ângulo θ e o módulo da velocidade da partícula 3. **(b)** Encontre a razão $\frac{M_0}{m_0}$.
- 32)** Um antipróton \bar{p} de energia cinética $\frac{2}{3}$ GeV colide com um próton p que está em repouso em relação ao laboratório. Eles aniquilam-se de acordo com a reação $p + \bar{p} \rightarrow \gamma_1 + \gamma_2$, gerando dois fótons que vão para frente e para trás segundo a direção da velocidade inicial

do antipróton. Use que a massa de repouso do próton e do antipróton é de 1 GeV. Quais energias os fótons têm?

- 33)** Mostre que os seguintes processos são dinamicamente impossíveis: **(a)** Um fóton choca-se com um elétron livre em repouso e fornece toda sua energia ao elétron. **(b)** Um fóton no vácuo é transformado em um elétron e um pósitron. **(c)** Um pósitron rápido e um elétron em repouso aniquilam-se, produzindo somente um fóton.

Respostas

- 1) **(a)** Verdadeiro. **(b)** Verdadeiro. **(c)** Falso. **(d)** Verdadeiro. **(e)** Falso. **(f)** Falso. **(g)** Verdadeiro.
- 2) **(a)** 0,98 km. A largura do feixe fica inalterada. **(b)** $9,6 \times 10^7$ m, **(c)** $0,10 \mu\text{m}$.
- 3) $2,60 \times 10^8$ m/s. Não.
- 4) **(a)** $0,998c$. **(b)** 126 m.
- 5) **(a)** 1,12 h. **(b)** O relógio na espaçonave.
- 6) 92,5 m.
- 7) **(a)** 660 m. **(b)** $4,92 \times 10^{-5}$ s. $1,48 \times 10^4$ m. Sim. **(c)** Para ele a distância entre as camadas exteriores da atmosfera e a superfície terrestre sofre contração de Lorentz. 447 m.
- 8) **(a)** 3,57 km. **(b)** $9,00 \times 10^{-5}$ s. **(c)** $8,92 \times 10^{-5}$ s.
- 9) **(a)** $0,806c$. **(b)** $0,974c$. **(c)** $0,997c$.
- 10) **(a)** Negativa. **(b)** $v' = -0,385c$.
- 11) $0,784c$.
- 12)
$$\vec{v} = \left(\frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} \right) \hat{x} + \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} v'_y}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} \right) \hat{y}.$$
- 13) $v_1 = 0,611c$ e $v_2 = -0,611c$.
- 14) **(a)** $0,837c$. **(b)** A espaçonave está se afastando.
- 15) **(a)** Sim. **(b)** \mathcal{S}' move-se com velocidade $c/2$ com respeito a \mathcal{S} . **(c)** 519 m.
- 16) **(a)** 3,73 s. **(b)** 0 s. **(c)** Indefinido.

17) $x = 93 \text{ m}$, $t = 2,5 \times 10^{-7} \text{ s}$, $y = z = 0$.

18) (a) $l' = l \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$. (b) $\frac{(c-v)\gamma l}{c^2}$.

20) (a) $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$. (b) $v = c\sqrt{1 - 2^{-2/3}}$.

21) (a) $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$. (b) $v = \frac{\sqrt{35}}{6}$.

22) (a) $4,5 \times 10^{-10} \text{ J}$. (b) $1,94 \times 10^{-18} \text{ Ns}$. (c) $0,968c$.

23) (a) $8,68 \times 10^{-10} \text{ J}$. (b) $2,71 \times 10^{-10} \text{ J}$. (c) $0,453$.

24) (a) não-relativística: $5,34 \times 10^{-12} \text{ J}$; relativística: $5,65 \times 10^{-12} \text{ J}$. 1,06. (b) não-relativística: $6,78 \times 10^{-11} \text{ J}$; relativística: $3,31 \times 10^{-10} \text{ J}$. 4,88.

25) (a) $2,06 \times 10^6 \text{ eV}$. (b) $3,30 \times 10^{-13} \text{ J}$ e $2,06 \times 10^6 \text{ eV}$.

26) $v = 0,652c$.

27) (a) 300 MeV . (b) $224 \text{ MeV}/c$. (c) $200 \text{ MeV}/c^2$. (d) $\theta = \arctan(1/2)$. (e) $v = 0,745c$.

28) (a) $5,6 \text{ GeV}$. (b) $4,3 \text{ u.m.a.}$ (c) $0,187c$.

29) $M_0 = \sqrt{17}m_0$.

30) (a) $\frac{c}{1 + \frac{m_0 c^2}{E}}$. (b) $4m_0/\sqrt{3}$ e $c/2$.

31) (a) $\arctan\left(\frac{9}{16}\right)$; $0,836c$. (b) $4,75$.

32) 2 GeV , $\frac{2}{3} \text{ GeV}$