



## Lista de Exercícios do Capítulo 5 Origens da Teoria Quântica

- 1) Calcule a energia de um quantum de luz de comprimento de onda igual a 650 nm.
- 2) Obtenha a expressão do momento linear transportado por um fóton.
- 3) A função trabalho de um certo material é igual a  $E_0$ . Determine a expressão do comprimento de onda de corte para que seja possível a existência do efeito fotoelétrico.
- 4) A energia potencial de um elétron na superfície de um metal é igual a 1,95 eV. Calcule: **(a)** frequência de corte, **(b)** o comprimento de onda de corte.
- 5) A função trabalho do lítio é igual a 2,3 eV. Luz ultravioleta (com comprimento de onda igual a 250 nm) incide sobre uma superfície de lítio. Determine o intervalo das energias cinéticas possíveis dos elétrons emitidos pelo lítio.
- 6) A frequência mínima da luz necessária para produzir efeito fotoelétrico na platina é igual a  $1,2 \times 10^{15}$  Hz. Calcule a energia de ligação do elétron na superfície da platina.
- 7) Obtenha a expressão para a determinação da energia potencial máxima do elétron, em uma experiência do efeito fotoelétrico, para que ele seja freado e não atinja a outra placa.
- 8) Obtenha uma expressão para o cálculo da velocidade máxima de um elétron emitido pelo efeito fotoelétrico em função do potencial de corte  $V_C$ .
- 9) Uma película de silício pode se tornar condutora quando iluminada com fótons com energia 1,14 eV ou com fótons com energias maiores do que 1,14 eV. Este comportamento é chamado de **fotocondutividade**. Calcule o comprimento de onda associado a um fóton que possui esta energia mínima.
- 10) Em uma experiência sobre o efeito fotoelétrico com luz de determinada frequência, verificamos que uma diferença de potencial invertida de 1,25 eV é necessária para anular a corrente. Calcule a energia cinética máxima de cada elétron emitido.
- 11) Para um certo material do catodo em uma experiência do efeito fotoelétrico, verificamos que o **potencial de corte** é igual a 1,0 V para luz de comprimento de onda igual a 600 nm, 2,0 V para 400 nm e 3,0 V para 300 nm. Calcule **(a)** a função trabalho para este material; **(b)** o valor aproximado da constante de Planck.

- 12) Um *comprimento de onda de corte* para a obtenção do efeito fotoelétrico em uma superfície de sódio é igual a 6500 Å. Raios ultravioletas ( $\lambda = 3250 \text{ \AA}$ ) incidem sobre a superfície de sódio. Determine a diferença de potencial mínima necessária para impedir que os elétrons que saem do sódio atinjam a outra placa do eletrodo.
- 13) A função trabalho do sódio é igual a 2,3 eV. Sabendo que o valor da constante de Planck é igual a  $6,625 \times 10^{-34} \text{ J s}$  e que a carga do elétron é igual a  $1,6 \times 10^{-19}$ , calcule: **(a)** o maior valor do comprimento de onda capaz de produzir o efeito fotoelétrico; **(b)** a energia cinética máxima dos elétrons quando a luz incidente tem este comprimento de onda é igual a 2000 Å; **(c)** o potencial é corte.
- 14) Luz ultravioleta de comprimento de onda igual a 3100 Å incide sobre uma superfície de césio. Fazendo variar a diferença de potencial entre a superfície do metal e a placa coletora, verifica-se que para uma *ddp* igual a 2 V os elétrons emitidos não atingem o eletrodo coletor (neste caso a corrente do galvanômetro é nula). Calcule: **(a)** a velocidade máxima dos elétrons emitidos, **(b)** a função trabalho do césio.
- 15) Diga se o espectro relativo aos seguintes fenômenos é *contínuo* ou *descontínuo* (*espectro de raios*): **(a)** luz emitida por uma lâmpada de filamento (incandescente), **(b)** luz emitida por uma lâmpada de mercúrio gasoso, **(c)** luz proveniente de um alto-forno, **(d)** luz proveniente da descarga de um gás em um arco voltaico.
- 16) A quantidade  $\lambda_C = \frac{h}{mc}$  denomina-se *comprimento de onda de Compton*. Escreva a diferença entre o comprimento de onda do fóton antes e depois da colisão com o elétron livre em função de  $\lambda_C$  e do ângulo  $\varphi$  de espalhamento do fóton.
- 17) Determine o valor numérico do comprimento de onda de Compton para o elétron.
- 18) Determine a energia (em eV) de um fóton típico dos raios X (considere o comprimento de onda típico de 1 Å).
- 19) Um feixe de onda monocromático de raios X de 12,4 keV incide sobre um alvo e é espalhado por um ângulo de  $20^\circ$ . Calcule o valor aproximado do comprimento de onda do fóton que emerge do alvo.
- 20) Obtenha uma relação para o cálculo da energia cinética do elétron no espalhamento Compton em função dos comprimentos de onda antes e depois do espalhamento de raios X.
- 21) Usamos fótons de raios X com  $\lambda = 0,124 \text{ nm}$  para fazer uma experiência de *espalhamento Compton*. Calcule o ângulo para que o comprimento de onda dos raios-X espalhados seja 1% menor do que o comprimento de onda dos raios X incidentes.

- 22) Considere uma partícula  $\alpha$  (massa de repouso igual a  $6,64 \times 10^{-27}$  kg) se deslocando com uma energia cinética igual a 4,2 MeV. Calculando o valor aproximado do comprimento de onda de Broglie desta partícula  $\alpha$ .
- 23) O momento linear de um elétron em uma órbita circular estacionária é igual a  $p$ . Qual é o comprimento de onda associado ao elétron?
- 24) Calcule a velocidade do nêutron ( $m = 1,675 \times 10^{-27}$  kg) que possui comprimento de onda de Broglie de  $\lambda = 0,2$  nm.
- 25) Seja  $K$  a energia cinética de uma partícula se deslocando com uma velocidade muito menor do que a velocidade da luz. Deduza uma relação para o comprimento de onda de de Broglie desta partícula em função de  $K$ .
- 26) Determine a expressão do comprimento de onda associado a um elétron que é acelerado por uma diferença de potencial  $V$ .
- 27) Calcule o comprimento de onda de um elétron que, partindo do repouso, é acelerado através de uma diferença de potencial igual a 20 V.
- 28) Usando o modelo de Bohr, calcule (a) a energia total do átomo de hidrogênio no estado fundamental, (b) o comprimento de onda do fóton quando o átomo experimenta uma transição do estado estacionário de número quântico  $n = 3$  para o estado fundamental (referente à segunda raia da série de Lyman)
- 29) Calcule o valor aproximado do módulo da energia de ligação do elétron no átomo de hidrogênio.
- 30) Determine a relação entre o raio da órbita de número quântico  $n$  e o raio da órbita do elétron *no estado fundamental* do átomo de hidrogênio (**raio de Bohr**).
- 31) Calcule o valor numérico do **raio de Bohr** (raio da primeira órbita estacionária do átomo de hidrogênio).
- 32) Calcule a velocidade do elétron na órbita do estado fundamental do átomo de hidrogênio.
- 33) Use o modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio e calcule a energia total do primeiro estado excitado.
- 34) Calcule a relação entre a massa  $m$  (dada pela teoria da relatividade) e a massa  $m_0$  (massa de repouso) para o elétron girando na primeira órbita do átomo de hidrogênio no estado fundamental.

- 35) Obtenha a expressão para o cálculo da energia necessária para remover o elétron do átomo de hidrogênio quando ele se encontra: **(a)** no estado fundamental; **(b)** no estado estacionário de número quântico  $n$ .
- 36) Obtenha uma expressão para o cálculo do módulo da energia que deve ser fornecida ao elétron do átomo de hidrogênio para que ele passe de uma órbita estacionária  $n$  para outra mais elevada com número quântico igual a  $n + 1$ .
- 37) Calcule a energia necessária para remover o elétron do hidrogênio de uma órbita estacionária com número quântico  $n = 4$ .
- 38) Um certo átomo possui três níveis de energia: o estado fundamental e os níveis 1,00 eV e 3,00 eV acima do nível fundamental. Calcule os comprimentos de onda das linhas espectrais que esse átomo pode emitir quando for excitado.
- 39) Calcule a energia de um fóton emitido por átomo de hidrogênio na transição de mais baixa energia na *série de Balmer*.
- 40) Calcule o comprimento de onda: **(a)** da onda mais longa e **(b)** da onda mais curta da *série de Lyman*.
- 41) Considere as séries de Lyman, Balmer, Paschen; diga quais destas séries possuem raias na região do visível?
- 42) Calcule todos os comprimentos de onda da série de Balmer e diga quais são as raias que podem ser detectadas pelo olho humano.
- 43) Um átomo de hélio uma vez ionizado,  $\text{He}^+$ , tem um espectro análogo do hidrogênio, mas seu núcleo tem o dobro da carga do hidrogênio. **(a)** Desenvolva a teoria de Bohr para o  $\text{He}^+$ , calculando os níveis de energia  $E_n$  em função das constantes físicas  $e$ ,  $m$ ,  $c$ ,  $h$  e  $\varepsilon_0$ . **(b)** Calcule a energia de ionização do  $\text{He}^+$ .
- 44) Seja  $E_0$  a energia correspondente ao *estado fundamental* do átomo de hidrogênio ( $n = 1$ ). Seja  $E$  a energia correspondente ao *estado fundamental* de um íon de  $\text{He}^+$ . Determine a razão  $\frac{E}{E_0}$ .
- 45) Para verificar se o conceito de fóton é relevante no eletromagnetismo macroscópico, considere uma estação de rádio que transmite na frequência de 1 MHz, com potência máxima emitida de 5 kW. **(a)** Calcule o comprimento de onda das ondas de rádio emitidas. **(b)** Calcule a energia correspondente dos fótons, em eV. **(c)** Quantos fótons são emitidos por segundo?
- 46) O comprimento de onda correspondente ao limiar para que ocorra o efeito fotoelétrico, no alumínio, é de 2.954 Å. **(a)** Qual é a função trabalho do Al (em eV)? **(b)** Qual é a energia

cinética máxima dos elétrons ejetados do Al por luz ultravioleta, de comprimento de onda de 1.500 Å?

- 47) Um fóton de 100 MeV colide com um próton em repouso. Calcule a perda máxima de energia que o próton pode sofrer.
- 48) Relacione a direção  $\varphi$  de desvio do elétron de recuo, no efeito Compton com as frequências  $\nu_0$  e  $\nu$  dos fótons incidente e espalhado, e com ângulo  $\theta$  de espalhamento.
- 49) Um fóton de raios-X de  $\lambda_0 = 3 \text{ \AA}$  é espalhado por um elétron livre em repouso, sendo desviado de  $90^\circ$ . Qual é a energia cinética de recuo do elétron (em eV)?
- 50) Um pósitron de momento  $\vec{p}$  colide com um elétron em repouso, levando o par a aniquilar-se em dois fótons, cujas direções de propagação formam um ângulo  $\theta$  uma com a outra. Demonstre que a soma dos comprimentos de onda dos dois fótons é igual a  $\lambda_C(1 - \cos \theta)$ , onde  $\lambda_C$  é o comprimento de onda Compton do elétron (observe que o cálculo é semelhante ao do efeito Compton).
- 51) Em 1965, Höglund e Mezger observaram, com um radiotelescópio, uma linha espectral de emissão, de frequência 5.009 MHz. **(a)** Mostre que essa linha corresponde a uma transição entre dois níveis de Rydberg do átomo de hidrogênio,  $n = 110$  e  $n = 109$ . **(b)** Qual é o raio da órbita de Bohr  $n = 110$ ?
- 52) Para verificar o possível efeito de correções relativísticas na teoria de Bohr do átomo de hidrogênio, pode-se calcular a razão  $v/c$ , onde  $v$  é a velocidade do elétron no estado fundamental do átomo. Mostre que

$$\frac{v}{c} = \alpha, \quad \alpha \equiv \frac{q^2}{\hbar c}$$

onde  $\alpha$  é chamada de **constante de estrutura fina**. Mostre que  $\alpha \approx \frac{1}{137}$ , e modo que  $v/c < 1\%$ .

- 53) No tratamento do modelo de Bohr do átomo de H, o núcleo (próton) foi tratado como se tivesse massa infinita, em repouso. Na realidade, o elétron e o núcleo movem-se em torno do centro de massa do sistema. **(a)** Mostre, levando em conta esse efeito, ele corrige a constante de Rydberg por um fator  $\frac{M}{M + m}$ , onde  $M$  é a massa do núcleo. **(b)** Considere o espectro do deutério (isótopo do hidrogênio de massa 2). Qual é a variação percentual do comprimento de onda entre uma linha do espectro do H e a linha correspondente do espectro do deutério? *Curiosidade:* Este resultado é usado para determinar-se a razão entre deutério e hidrogênio no universo e assim determinar com boa precisão quantos fótons existem para cada bárion no universo.

54) Considere um oscilador harmônico bidimensional, de energia

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$$

onde  $r$  é a distância ao centro e  $\omega$  é a frequência angular do oscilador. Para órbitas circulares, aplicando a condição de quantização de Bohr, obtenha os níveis de energia. Qual seria a frequência da radiação emitida, numa transição entre dois níveis vizinhos?

55) Considere uma molécula diatômica, formada por dois átomos idênticos, de massa  $M$  (por exemplo  $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$  etc.) e separação  $r_0$ . A molécula pode entrar em rotação (como um haltere) e torno de um eixo que passa pelo seu centro, perpendicular ao segmento que liga os dois átomos, tratado como uma barra rígida. **(a)** Aplicando a condição de quantização de Bohr, calcule os níveis de energia rotacional da molécula. **(b)** Para a molécula de  $\text{H}_2$ , calcule a energia (em eV) do primeiro nível rotacional, tomando  $r_0 = 0,74 \text{ \AA}$ .

56) Calcule o comprimento de onda de Broglie associado às seguintes partículas: **(a)** elétron de energia igual a 10 MeV (relativístico!); **(b)** nêutron térmico (à temperatura  $T = 300 \text{ K}$ .)

57) Iluminando-se sucessivamente a superfície de um metal com luz de dois comprimentos de onda diferentes,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , encontra-se que as velocidades máximas dos fotoelétrons emitidos estão relacionados por  $v_{1,\text{máximo}} = \alpha v_{2,\text{máximo}}$ . Demonstre que a função trabalho é dada por

$$W = \frac{(\alpha^2 \lambda_1 - \lambda_1)hc}{(\alpha^2 - 1)\lambda_1 \lambda_2}.$$

## Respostas

1)  $3,06 \times 10^{-19} \text{ J}$ .

2)  $p = \frac{E}{c}$ .

3)  $\lambda_C = \frac{hc}{E_0}$ .

4) **(a)**  $4,7 \times 10^{14} \text{ Hz}$ , **(b)**  $6,375 \times 10^{-7} \text{ m}$ .

5) Os elétrons serão arrancados com energias cinéticas entre zero e o valor máximo de  $4,28 \times 10^{-19} \text{ J}$ .

6) 5 eV.

7)  $eV_C = E_{\text{máximo}}$ .

- 8)  $v_{\text{máximo}} = \sqrt{\frac{2eV_C}{m}}$ .
- 9) 1.090 nm.
- 10) 1,25 eV.
- 11) (a)  $\phi = 1,0$  eV; (b)  $h = 6,4 \times 10^{-34}$  J s.
- 12) 1,9 eV.
- 13) (a) 5400 Å. (b) 3,9 eV. (c) 3,9 V.
- 14) (a)  $8,38 \times 10^5$  m/s; (b) 2,0 eV.
- 15) (a) espectro contínuo; (b) espectro de raias; (c) espectro contínuo, (d) espectro de raias.
- 16)  $\lambda' - \lambda = \lambda_C(1 - \cos \varphi)$ .
- 17)  $\lambda_C = 0,024$  Å.
- 18) 12,4 keV.
- 19) 1,001 Å.
- 20)  $E_C = hc \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda \lambda'}$ .
- 21) 60,7°.
- 22)  $7 \times 10^{-15}$  m.
- 23)  $\lambda = \frac{h}{p}$ .
- 24)  $1,98 \times 10^3$  m/s.
- 25)  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2Km}}$ .
- 26)  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$ .
- 27) 0,27 nm.
- 28) (a) 13,6 eV; (b) 1026 Å.
- 29)  $E = 13,6$  eV.
- 30)  $r = n^2 a_0$ .
- 31)  $r_0 = 5,29 \times 10^{-11}$  m.

- 32)  $2,2 \times 10^6$  m/s.
- 33)  $-3,4$  eV.
- 34)  $m = 1,00003m_0$ .
- 35) (a)  $13,6$  eV; (b)  $E = \frac{13,6}{n^2}$ .
- 36)  $E = E_1 \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right]$ .
- 37)  $0,85$  eV.
- 38)  $620$  nm (vermelho) e  $414$  nm (violeta).
- 39)  $E = 1,19$  eV.
- 40) (a)  $1216$  Å e (b)  $912$  Å.
- 41) Somente a série de Balmer possui raias espectrais no visível.
- 42)  $\lambda_n = 3645,6 \left( \frac{n^2}{n^2 - 4} \right) \text{Å}$  ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ).  $410$  nm,  $434$  nm,  $486$  nm e  $656$  nm.
- 43)  $E_n = -2 \frac{me^4}{(4\pi)^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ); (b)  $-E_1 = 54,4$  eV.
- 44)  $\frac{E}{E_0} = 4$ .
- 45) (a)  $300$  nm; (b)  $4,1 \times 10^{-9}$  eV; (c)  $7,5 \times 10^{30}$ .
- 46) (a)  $4,2$  eV; (b)  $4,1$  eV.
- 47)  $17,6$  MeV.
- 48)  $\text{tg } \varphi = \frac{\nu \text{sen } \theta}{\nu_0 - \nu \text{cos } \theta}$ .
- 49)  $32,5$  eV.
- 51) (b)  $6403$  Å.
- 53) (b)  $0,027\%$
- 54)  $E_n n \hbar \omega$ ; frequência  $\omega$ .
- 55) (a)  $E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{Mr_0^2}$ ;  $E_1 = 7,6 \times 10^{-3}$  eV.
- 56) (a)  $1,242 \times 10^{-13}$  cm; (b)  $1,5$  Å.